Глава IV
УМНОЖЕНИЕ

Эта глава самая легкая и короткая: ведь умножение — частный случай сложения. Будут введены два ГРАЭЛа: ГРАЭЛ-(Умножения) и ГРАЭЛ-(Больше В), то есть графэлементы действия умножения и второго основного отношения «Больше В» (больше во столько-то раз).

Немного об умножении

Часто встречаются задачи, в которых надо сложить несколько **равных** чисел. И, разумеется, эти задачи не придуманы математиками, а пришли в арифметику из жизни. Еще в глубокой древности множество прикладных задач приводило к необходимости складывать равные числа.

Например, основной боевой единицей древнеримского войска являлся легион. Легион состоял из 10 когорт. Каждая когорта — из 3 манипул, а манипул — из 2 центурий. В центурии было 60 воинов.

Если, скажем, для сражения выделялось 15 когорт, то, спрашивается, сколько всего человек участвовало в сражении?.

Посчитаем: 60 + 60 = 120 (2 центурии = 1 манипул); 120 + 120 + 120 = 360 (3 манипула = 1 когорта). Хорошо, никаких проблем со сложением — подумаешь, сложить два или три небольших числа. Но вот теперь мы хотим узнать численность, например, 15 когорт. Начинаем складывать: 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + 360 + + 360 + 360 = ?.. Да, числа небольшие, но попробуй-ка сложи их в количестве 15 штук! Ну, а если нужно знать численность 13 легионов? Или, скажем, еще более древние времена — эпоха древнеегипетского фараона IV династии Хуфу (Хеопса). Пусть в одном мешке умещалось 50 кг зерна (в наших единицах измерения), а в каждый хлебный склад фараона можно было уложить 1200 таких мешков. И самих складов было по всему Египту, например, 200. Что ж, так и будем складывать 1200 раз по 50 кг?

$$\underbrace{50 + 50 + 50 + 50 + 50 + \ldots + 50 + 50 + 50 + 50 + 50}_{1200\ \text{раз}} = 60\,000\ \text{кг}\ (60\ \text{т})$$

А потом еще 200 раз по 60 тонн?

$$\underbrace{60 + 60 + 60 + \ldots + 60 + 60 + 60}_{200\ \text{раз}} = 12\,000\ \text{т}$$

Полагаю, читатель, что даже ваш ребенок может предположить, что египетские писцы (а именно они занимались и самыми разнообразными математическими расчетами помимо прочего) наверное не занимались сложением огромного числа равных слагаемых «в столбик» (считали они, конечно, иначе, нежели мы).

Примеры, разумеется, примитивные, однако, совершенно реальные. Подобного рода счетные задачи, возникавшие во всех областях хозяйственной и военной жизни древнего мира, можно множить неограниченно.

Поэтому давайте уделим несколько минут задаче сложения равных чисел. Нам вполне хватит числового примера.

Вместо того, чтобы говорить: прибавим к числу 3 еще число 3, и еще число 3, и еще число 3 (т. е. здесь мы прибавляем 4 раза по 3), короче можно **сказать**, что трижды четыре равно двенадцати. Записывается это так:

$$\underbrace{3+3+3+3}_{\text{4 раза}} = 3\times 4 = 12 \text{ (или } 3\bullet 4 = 12\text{)}.$$

То есть вместо **длинной записи сложения** слева, мы введем **короткую** запись справа **и назовем** такую запись **умножением** числа 3 на число 4.

А если точнее, то **умножением** мы будем называть **сложение** нескольких **равных** чисел[1].

И если теперь сложить 4 слагаемых (**вручную**), каждое из которых равно 3, то получим сумму, равную 12. А значит, можем записать, что 3×4 (или $3\bullet 4$) = 12. Знаки умножения и вам, читатель, и вашему ребенку, разумеется, известны. Стоит только упомянуть о лексике:

3 — повторяющееся слагаемое — называется **множимым**;

4 — число слагаемых — **множителем**;

12 — вычисленная сумма (результат умножения) — называется **произведением**;

множимое и множитель называются **сомножителями**.

Точно так же, как мы вычислили **вручную** $3\times 4 = 12$, точно так же мы (во 2-ом классе) вычисляем всевозможные произведения однозначных чисел и записываем их в виде таблицы умножения.

Очень важно!

А теперь, читатель, внимание.

Как таблицу сложения, так и таблицу умножения необходимо **запомнить** (**зазубрить**, если угодно, после того, как смысл умножения ясен)!

Вам это кажется само собой разумеющимся? Вы не сомневаетесь, что ваш ребенок ее знает? А как насчет листов обследования (приложение 1)? Вы проводили обследование? Если по какой-то причине не проводили, то сейчас самое время. По опыту знаю, что многие из вас будут удивлены результатом. Да, вроде бы ничего страшного: подумаешь, ребенок несколько раз ошибся… **Ни в коем случае не оставляйте без внимания «проколы» в таблице умножения!** Проводите тренажер до тех пор, пока ребенок не начнет выдавать таблицу умножения безукоризненно, на хорошей скорости (едва ли не буквально — полсекунды «на размышление»).

Вы не представляете, читатель, какую гигантскую роль играет безукоризненное владение таблицей умножения в 6-м классе (разложение на простые множители, кратные, сокращение, дроби) и далее, до первых курсов университета включительно!

Вот и все, пожалуй. Разве что добавлю в конце, опираясь на определение умножения, **почему** результат умножения (произведение) нуля на любое число равен нулю. Смотрите:

$$0\bullet 4 = \underbrace{0+0+0+0}_{\text{4 раза}} = 0$$

[1] Еще строже об умножении можно сказать так: «Умножить натуральное число a на натуральное число b — это значит найти сумму b слагаемых, каждое из которых равно a» [11, с. 50].

Видим, сколько бы раз мы ни складывали нуль с самим собой, сумма (произведение) равна нулю.

Если, опираясь на определение, мы захотим узнать чему равно произведение числа на нуль, например, $3\times 0=?$, то сделать этого не сможем, так как множитель (сколько раз берется слагаемым число 3) не может быть равен нулю.

Аналогично мы не можем сказать, чему равно произведение числа на единицу: $3\bullet 1=?$, так как по определению сложения в сумме должны участвовать по крайней мере два слагаемых.

Поэтому мы отдельно вводим следующее определение: «Если множитель равен единице, то произведение равно множимому… Если множитель равен нулю, то произведение тоже равно нулю» [11, с. 50].

То есть мы можем записать следующие равенства: $3\bullet 1=3$; $3\times 0=0$.

Цикл I. Умножение — как СЛОЖЕНИЕ нескольких РАВНЫХ чисел (ГРАЭЛ-(⊗))

1. На 1 тарелке
5 яблок.
Сколько яблок на 6 таких тарелках? ⊗

2. В 1 ящике
20 книг.
Сколько книг в 8 таких ящиках? ⊗

3. В 1 пачке
1000 рублей.
Сколько денег в 5 пачках? ⊗

4. Школьники поехали на экскурсию на 10 автобусах. Сколько школьников поехало на экскурсию, если в каждый автобус село 35 школьников? ⊗

5. Маша, Саша и Аня пошли на спектакль. За каждый их билет мама заплатила по 70 рублей. Сколько денег потратила мама на билеты? ⊗

6. В парке посадили розы в четыре ряда. Сколько роз посадили в парке, если в каждом ряду было 20 роз? ⊗

7. Купили 4 метра ткани по 120 рублей за метр. Сколько денег заплатили за всю ткань? ⊗

8. Самолёт пролетает 920 километров за час. Каково расстояние от Москвы до Парижа, если самолёт летел 4 часа? ⊗

Ответы: 1) $Т_6$ = 30 я.; 2) $Я_8$ = 160 кн.; 3) $П_5$ = 5000 руб.; 4) $А_{10}$ = 350 шк.; 5) $Б_3$ = 210 руб.; 6) $Р_4$ = 80 р; 7) $М_4$ = 480 руб.; 8) S_4 = 3680 км.

Сценарий.

Как всегда, прочитайте с ребенком пункт «Немного об умножении». Просто для того, чтобы освежить в памяти действие умножения. А для 6–7-классников (для большинства из них) еще и для того, чтобы на сей раз понять суть действия. Как ни странно, чем младше дети, тем лучше они помнят, что умножение — сложение равных слагаемых. Но вот уже к 7-му классу большинство забывают это и начинается путаница с умножением как сложением и возведением в степень как умножением равных множителей.

Как я и говорил, эта глава будет самой короткой и легкой (не считая главы VI). Однако наши арифметические возможности она расширит низмеримо (особенно, памятуя о том, что «деления мы не знаем» Да-да, полный аналог с вычитанием и сложением. Но подробнее с принципом «деления мы не знаем» мы познакомимся далее, в главе V.).

А пока что, читатель, замечу, что я, рассчитывая на вашу (и вашего ребенка) квалификацию, сосредоточу внимание на технологических рекомендациях, относящихся исключительно к умножению. Их будет немного.

Переходим к работе.

Задача 1

На рис. 1 задача реализована в виде сложения.
«Алгебру» и «Арифметику» сложения и умножения мы могли бы записать, как на рис. 2.

Т	Т	Т	Т	Т	Т
$\boxed{5я}$	$\boxed{5я}$	$\boxed{5я}$	$\boxed{5я}$	$\boxed{5я}$	$\boxed{5я}$

Рис. 1

	Сложение		**Умножение**
Алгебра	Т + Т + Т + Т + Т + Т	=	Т•6
Арифметика	$\underbrace{5я + 5я + 5я + 5я + 5я + 5я}_{6\ раз}$	=	5я • 6 = 30я

Рис. 2

Обратите внимание на то, что я «нарушил» основной принцип обозначений — их однозначность: все шесть слагаемых у меня имеют одно и то же имя **Т**. Разумеется, если бы это была задача на сложение, то подобная запись была бы недопустимой. Но мы-то имеем дело с переводом суммы **равных** слагаемых в умножение, и нам нужно ввести графэлемент умножения и удобные — для этого действия — обозначения.

Будем **называть** графический элемент умножения — ГРАЭЛ-(Умножения) или ГРАЭЛ-(Произведения) и **обозначать**: **ГРАЭЛ-(⊗)**. А рисовать так, как на рис. 3.

Графика

T_1	T_6
$\boxed{5я}$	$\boxed{6\bullet T_1}$

Алгебра

$T_6 = 6\bullet T_1$

Арифметика

$T_6 = 6\bullet 5я = 30я$

Рис. 3

Замечание.

1. Имена слагаемых (как стандартные индексные) совершенно прозрачны: «на одной тарелке» — значит имя $\mathbf{T_1}$. Но в данном случае подразумевается, в отличие от сложения, **не на первой** тарелке, **а на каждой** из шести **одинаковых** тарелок. Так как всего имеем 6 тарелок, то имя слагаемого — результата умножения (произведения) — $\mathbf{T_6}$ (указываем в имени значение **множителя**).

2. Множитель в произведении **ставим на первое место**[2], т. е. пишем произведение не так, как на рис. 2 — Т•6 (по определению умножения), а так, как на рис. 3 — $6\bullet T_1$. Связано это с тем, что в алгебре принято записывать числовой множитель (коэффициент) на первом месте. Никаких особых затруднений у ребенка это не должно вызвать.

3. Знак умножения в виде • или × (лучше точка) ставим до тех пор, пока формула типа $T_6 = 6\bullet T_1$ не станет автоматически восприниматься в виде $T_6 = 6T_1$ (без знака умножения, как в алгебре).

А теперь посмотрите на содержимое слагаемого $\mathbf{T_6}$ (произведение) на рис. 3 и сравните его с «Алгеброй»: $T_6 = 6\bullet T_1$.

Вы видите, читатель, что в «Графике» мы имеем **готовую формулу**, готовое **действие** для «Алгебры»! Вы в полной мере сможете оценить это удобство в циклах III и IV, не говоря уж о главе V («Деление»).

[2]Такая перестановка допустима только тогда, когда хорошо усвоена содержательная разница между множимым и множителем (вряд ли имеет смысл это делать ранее 5-го класса). Именно поэтому мы и пишем в «Арифметике» 5я, подчеркивая, что в условиях данной задачи это множимое.

Далее. Вы видите, что я опять вернулся к тому, чтобы как в «Графике», так и в «Арифметике» писать **«размерность»** слагаемого (множимого) — 5 я(блок).

Потом мы, разумеется, не будем этого делать (оставляя «размерность» только в одном месте, например, для **В**(сего)). Но сейчас все задачи цикла должны быть расписаны с указанием «размерности». Цель одна: «бойтесь просто чисел». Хотя в Алгебре-7 для нас основным термином становится термин: множители, т. к. одним из основных технических умений является умение разложить на множители и поэтому содержательная разница между множимым и множителем затушевывается и исчезает, но в физике (которая как раз и начинает изучаться в 7-м классе) именно понятие размерности (уже без кавычек) играет огромную роль. Арифметически же это проявляется как содержательная разница между множимым — **чтó** складываем (умножаем) и множителем — **сколько раз** складываем (**на чтó** умножаем).

Конкретно о задачах.

Задачи 1–3 реализуют предметный смысл умножения «в лоб»: на 1 (одной) тарелке, в 1 (одном) ящике, в 1 (одной) пачке.

В **задачах 4–7** действие умножения выражено **ключевыми словами**: «**каждый**», «**по**». Эти ключевые слова расширяют средства АИД — алгоритма извлечения данных (глава II, п. Резюме главы II). Встречая в тексте ключевые слова, мы мгновенно должны видеть ГРАЭЛ-(Умножения).

В **задаче 5** нужно выделить из текста множитель. Так как 3 человека (Маша, Саша и Аня), то имеем, следовательно, 3 билета.

Задача 8

Формально задача решается средствами ГРАН, но только потому, что «задачка в одно действие», без условий связи. На самом деле это задача «на движение», требующая использования уравнения равномерного движения $S = V \bullet T$.

Класс задач «на движение» выходит за рамки ГрафАнализа.

Обозначения.

Имена слагаемых-результатов (произведения) приведены в ответах.

И последнее.

Разумеется, нет нужды разрисовывать полномасштабное решение задач этого цикла, как на рис. 3. Все должно идти быстро, в хорошем легком темпе.

Покажу полную роспись решения на примере задачи 5 (рис. 4).

$Б_1$ $Б_3$

$\boxed{70р}$ $\boxed{3\bullet Б_1}$ $Б_3 = 3\bullet Б_1 = 3\bullet 70р = 210р$

Рис. 4

Никаких названий блоков, типа «Графика» и т. п. нет нужды использовать. Правда, при этом необходимо, чтобы ребенок помнил, что для школы решением будет арифметическая часть ($3\bullet 70р = 210р$) и умел ее четко выделять.

Цикл II. В РАЗ БОЛЬШЕ (ГРАЭЛ-($\otimes_Б$))

1. В маленьком ящике
20 книг.
В большом ящике
в 6 раз больше.
Сколько книг в большом ящике? $\otimes_Б$

2. В пачке
1000 рублей.
В сумке
в 5 раз больше.
Сколько денег в сумке? $\otimes_Б$

3. В один вагон село 50 пассажиров, а на весь поезд в 12 раз больше. Сколько пассажиров село на поезд? $\otimes_Б$

4. Мама хотела потратить на рынке 30 рублей, а потратила в 4 раза больше. Сколько денег потратила мама? $\otimes_Б$

5. От Москвы до Парижа самолет летел 4 часа, а от Парижа до Гонконга В 4 раза дольше. Сколько времени самолет летел от Парижа до Гонконга? $\otimes_Б$

6. У кошки Мурки было три котенка, а у кошки Шпульки в два раза больше. Сколько котят было у кошки Шпульки? $\otimes_Б$

Ответы: 1) Б = 120 кн.; 2) С = 5000 руб..; 3) П = 600 п.; 4) П = 120 р..; 5) $S_Г$ = 16 ч.; 6) Ш = 6 к.

Сценарий.

Цель данного цикла состоит в том, чтобы увидеть, как, естественным образом, возникает понятие «Больше В» (больше в несколько раз) — **второе важнейшее отношение** из трех основных отношений арифметики (первое — отношение «Больше НА» глава II, цикл II, задача 1; третье — отношение «Равенства» глава II, цикл VI, задача 3) и навсегда усвоить для себя эквивалентность неравенства «Больше В» и равенства в виде умножения.

Задача 1

Эта задача появляется из практики следующим образом: нам нужно переслать 120 книг шести различных жанров, например, фантастика, детектив, сказки и т. п., причем у нас ровно **по** 20 книг каждого жанра. Для удобства мы упаковываем книги каждого жанра в 6 **одинаковых** малых ящиков (**М**), а все 6 малых ящиков — в один большой (**Б**). А уже большой ящик отсылаем по почте.

Посмотрите на рис. 5а.

Б

М	М	М
М	М	М

М

20

Рис. 5а

Б

20	20	20
20	20	20

Рис. 5б

Большой ящик (**Б**) разбит на 6 **равных** частей. **Каждая** из этих частей — это малый ящик **М** (все **М** — **одинаковы**). И каждый малый ящик **М** вмещает **одинаковое** число книг — 20 книг.

Естественным образом возникает задача: сколько в большом ящике **Б** всего книг (именно книг, а не малых ящиков **М**)?

Заменим на рис. 5а каждый малый ящик **М** его содержимым (20 книг) и получим рис. 5б.

Теперь задача совершенно знакома — это задача сложения равных слагаемых, т. е. задача умножения из цикла I: 20кн • 6 = 120кн.

Вот здесь-то и появляется понятие (отношение) «Больше В».

Мы **видим** (рис. 5а, 5б):

1. В **Б**(ольшом) ящике книг **больше**, чем в **М**(алом).

2. В каждом **М**(алом) ящике — **равное** число книг (20 книг).

3. Все **М**(алые) ящики **одинаковы**, т. е. **Б**(ольшой) ящик состоит из нескольких **равных** частей (разбит на несколько равных частей).

Чтобы описать эту ситуацию:

- **Больше**
- **Равное** число книг (содержимое М)
- **Несколько равных** частей

мы вводим (определяем) понятие «Больше В»: сказать, что в **Б**(ольшом) ящике **в 6 раз больше** книг, чем в **М**(алом), означает то же, что взять содержимое **М**(алого) ящика (20 книг) 6 раз слагаемым, т. е. **умножить** 20 книг на 6.

Иначе это можно сформулировать так: **увеличить в 6 раз** содержимое **М**.

Будем называть графический элемент отношения «Больше В» — ГРАЭЛ-(Больше В) и **обозначать**: **ГРАЭЛ-($\otimes_Б$)**[3]. Рисовать так, как на рис. 6

Графика

М	Б
20	Б ⑥ > М
	Б = 6•М

Алгебра

Б ⑥ > М[4] (1)

Б = 6•М (2)

Арифметика

Б = 6 • 20кн = 120кн

Рис. 6

Все основное, сказанное по поводу отношения «Больше НА» (глава II, цикл II, задача 1) можно практически дословно повторить в связи с отношением «Больше В», а именно:

1. В арифметике мы не знаем, что такое «меньше», только «больше».

2. Неравенство (1) и равенство (2) (рис. 6) — это одно и то же (в том же смысле, как их аналоги в отношении «Больше НА».

3. С неравенством (1) мы не знаем, что делать, а вот с равенством обращаться умеем (можем посчитать).

4. В «Алгебре» обязательно пишется сначала неравенство Б > М, а потом равенство Б = 6•М.

Пусть «Графика» ГРАЭЛ-(Больше В) на рис. 6 не кажется вам, читатель, громоздкой. Конечно же, мы с вами будем ограничиваться только «квадратиком» слагаемым **Б** и его содержимым — формулой (точнее, частью формулы) 6•М, как на рис. 3 слагаемое (произведение) $\mathbf{T}_6$.

Но в этом цикле ребенок должен разрисовывать задачи полностью, как на рис. 6, и понятно почему: навсегда «впечатать» в память эквивалентность неравенства (1) и равенства (2) и при этом **обязательно проговаривать** неравенство (1): **Б** в 6 раз больше **М**.

---

[3] Произносится: «ГРАЭЛ-(Больше В)».

[4] Неравенство произносится: «**Б** в 6 раз больше **М**».

Внимание.

Пусть ребенок **обязательно сравнит** два отношения: «Больше НА» и «Больше В»:

«Больше НА» $15 > 12$ на $3 \Leftrightarrow 15 = 12 + 3$,

«Больше В» $15 \; ③ > 5 \quad \Leftrightarrow 15 = 5 \bullet 3 \quad (= 5 + 5 + 5)$.

Пусть еще раз **увидит**, что «Больше В» как умножение — это сумма **равных** слагаемых (5 + 5 + 5), в то время как «Больше НА» только в редких случаях будет суммой равных слагаемых (например, $6 > 3$ на $3 \Leftrightarrow 6 = 3 + 3$).

«Больше НА» всегда сумма **только 2-х** слагаемых, что, в свою очередь, совсем не обязательно для умножения — отношения «Больше В».

И главное, пусть он обратит внимание на разную роль **одного и того же числа 3** в обоих отношениях: в «Больше НА» 3 — это слагаемое (одно), в «Больше В» 3 — это множитель (число равных слагаемых). Иначе можно сказать, забегая вперед: в «Больше В» число 3 (множитель) показывает на сколько равных частей можно было бы разбить целое, равное 15 — на 3 равных части, каждая из которых равна 5.

Обозначения.

Обратите внимание на принципиальное отличие в обозначениях, по сравнению с циклом I. При работе с умножением нам были **удобны** индексные обозначения, поскольку имена слагаемых-результатов (произведений) совпадали с именами слагаемых множимых (1 **я**щик — 8 **я**щиков, 1 **б**илет — 3 **б**илета и т. д.).

Сейчас же имена произведений отличаются от имен множимых (**п**ачка — **с**умка, **х**отела — **п**отратила и т. д.), поэтому индексные обозначения нам ни к чему.

Привожу все 6 уравнений «Алгебры», чтобы вы увидели, что в «Больше В» мы работаем в привычной системе обозначений: 1) $Б = 6{\bullet}М$; 2) $С = 5{\bullet}П$; 3) $П = 12{\bullet}В$; 4) $П = 4{\bullet}Х$; 5) $S_Г = 4{\bullet}S_П$; 6) $Ш = 2{\bullet}М$.

Замечание.

Читатель, на сей раз, в отличие от сложения, вы вполне можете объединить в одно 40-минутное занятие оба цикла (если, конечно, ваш ребенок не в 3-м классе, а постарше). Но, как всегда будьте осторожны.

И как всегда, **все** задачи обоих циклов должны быть расписаны («набить руку»).

Резюме циклов I-II.

Введены графэлементы умножения — **ГРАЭЛ-(⊗)** и второго важнейшего отношения «Больше В» — **ГРАЭЛ-($\otimes_Б$)**.

Действие умножения, как правило, характеризуется **ключевыми словами**: каждый, по.

«Умножение применяется при решении задач в следующих случаях:

Когда по смыслу задачи данное число надо повторить слагаемым несколько раз, т. е. найти сумму нескольких равных чисел… Можно сказать, что… **по величине** одной **из равных частей** целого **и числу частей** требуется найти целое.

Когда данное число надо **увеличить в несколько раз**» (все выделено мной. — В. Х. [11, с. 51]).

Цикл III. В РАЗ больше; НА СКОЛЬКО больше/меньше; ВСЕГО (задачи в 3–5 действий)

1. Завод «Прибой» выпускает в месяц 3000 компьютеров, а завод «Рубин» — в три раза больше. На сколько больше компьютеров делает «Рубин», чем «Прибой»? $\otimes_{\text{Б}}(*)_{\text{Б}}$

2. В зоопарке было 3 слона и в 10 раз больше обезьян. а) На сколько больше обезьян было в зоопарке, чем слонов? б) Сколько обезьян и слонов было в зоопарке? $[\otimes_{\text{Б}}(*)_{\text{Б}}](\bullet\bullet)$

3. В бочке лежало 100 килек и в 30 раз больше селедок. а) На сколько меньше килек было в бочке, чем селедок? б) Сколько рыб было в бочке? $[\otimes_{\text{Б}}(\bullet)_{\text{М}}](\bullet\bullet)$

4. Папа съел 2 конфеты, мама — в 2 раза больше, а Аня в 5 раз больше мамы. а) На сколько больше конфет съела Аня, чем папа? б) Сколько конфет съела вся семья? $[\otimes_{\text{Б}}\otimes_{\text{Б}} + (*)_{\text{Б}}](\bullet\bullet\bullet)$

5. На книжной полке умещается 20 книг. В книжном шкафу в 5 раз больше. А всего в библиотеке — 10 таких шкафов. Сколько книг в библиотеке? $\otimes_{\text{Б}}\otimes$

6. В пустыне Гоби было 10 верблюдов и в 3 раза больше шакалов. На сколько меньше было верблюдов, чем шакалов? $\otimes_{\text{Б}}(*)_{\text{Б}}$

7. В пустыне Гоби было 10 верблюдов, а львов на 4 меньше. Шакалов же — в 3 раза больше, чем львов. На сколько больше было шакалов, чем верблюдов? На сколько меньше было львов, чем шакалов? в) Сколько всего животных было в пустыне ? $[(\bullet)\otimes_{\text{Б}} + (*)_{\text{Б}}(\bullet)_{\text{М}}](\bullet\bullet\bullet)$

8. В пустыне Гоби было 10 верблюдов и на 5 меньше львов. Шакалов было в 4 раза больше, чем верблюдов и львов. На сколько меньше было верблюдов и львов, чем шакалов? $[(\bullet)(\bullet\bullet)]\otimes_{\text{Б}}(\bullet)_{\text{М}}$

9. В пустыне Гоби было 10 верблюдов, а шакалов в 3 раза больше. В пустыне Сахара львов было в 2 раза больше, чем всех животных в пустыне Гоби. На сколько больше в пустыне Сахара было львов, чем животных в пустыне Гоби? $[\otimes_{\text{Б}}(\bullet\bullet) + \otimes_{\text{Б}}] + \otimes_{\text{Б}}$

Ответы: 1) $x = 6000$ к.; 2) а. $x = 27$ шт., б) В = 33 шт.; 3) $x = 2900$ шт., б) В = 3100 шт.; 4) $x = 18$ к., б) В = 26 к.; 5) В = 1000 кн.; 6) $x = 20$ шт.; 7) $x_1 = 8$ шт., $x_2 = 12$ шт.,В = 34 шт.; 8) $x = 45$ шт.; 9) $x = 40$ шт.

Основная цель цикла — объединить в единое целое знания и умения ребенка в совместном использовании трех арифметических действий: сложения, вычитания и умножения. Довести до автоматизма выделение и рисование отношений «Больше НА» и «Больше В» во всех известных ему формах: больше, меньше, на сколько больше?, на сколько меньще?, больше в.

Кроме того, **резко повысить скорость** в расстановке действий а «Графике» и «Алгебре».

Сценарий.

«Алгебра» и «Арифметика» всех задач записываются стандартным способом, т. е. по мере появления уравнения в «Алгебре» сразу идет счет в «Арифметике» (глава III, цикл IV, задача 1). Поскольку числа очень просты для счета, то, разумеется, разумнее поступать именно так, а не записывать решение в общем виде и только затем считать (см. глава II, цикл V, п. «И последнее»).

В **задачах 7–9** показан **процесс усложнения логической структуры** задачи 6 (аналог задачи 1) «в лоб» — добавлением или варьированием различных ГРАЭЛов. Поэтому числа — очень простые, имена слагаемых повторяются и, безусловно, никаких текстовых изысков (в отличие от задач цикла IV). Все это дает ребенку возможность в очередной раз зримо увидеть, что с точки зрения ГрафАнализа важна именно логическая структура задачи, умение ее видеть и рисовать. А уж во сколько действий выльется задача — дело десятое. Да хоть в десять (как третья из «суперзадач» главы V)!

Так как никаких особых пояснений не требуется, то я просто привожу полные графические решения всех задач и их «Алгебру». Вроде бы (в силу простоты) можно было б и не делать этого, но мне кажется, читатель, что увидев, как перед вами разворачиваются решения всех задач «со скоростью ручки», вы **почувствуете** еще глубже простоту и силу ГРАН и сумеете передать это ощущение ребенку.

Замечание.

В задачах 4, 7, 9 используются по две графсхемы. Но только в задачах 4, **7** ГРАС-2 необходима (в силу невозможности удобно расположить слагаемые). В задаче 9 ГРАС-2 выделена лишь для удобства рисования отношения «Больше НА». Аналогично мы могли бы выделить в ГРАС-2 4-е действие задачи 8.

Соответствие задач и рисунков:

Задача 1 — рис. 7; задача 2 — рис. 8; задача 3 — рис. 9; задача 4 — рис. 10; задача 5 — рис. 11; задача 6 — рис. 12; задача 7 — рис. 13, 14; задача 8 — рис. 15; задача 9 — рис. 16.

Задача 1

Графика

П Р

$\boxed{3000} < \boxed{3 \bullet П}$ 1

$\boxed{x}$ 2

Рис. 7

Алгебра

1). $Р = 3 \bullet П$

2). $Р = П + x$

$x = Р - П$

Задача 2

Единственная задача, в которой я напоминаю, как расписывать решение стандартным способом, т. е. вместе с блоком «Арифметики» сразу же. Все остальные делаются так же.

Графика

С О

$\boxed{3} < \boxed{10 \bullet С}$ 1

$\boxed{x}$ 2

$\boxed{В_{шт} = ?}$ 3

Рис. 8

Алгебра **Арифметика**

1). $О = 10 \bullet С = 10 \bullet 3 = 30$

2). $О = С + x$

$x = О - С = 30 - 3 = 27$

3). $В = С + О = 3 + 30 = 33$

Задача 3

Графика

К С

$\boxed{100} < \boxed{30 \bullet К}$ 1

$\boxed{x}$ 2

$\boxed{В_{шт} = ?}$ 3

Рис. 9

Алгебра

1). $С = 30 \bullet К$

2). $С = К + x$

$x = С - К$

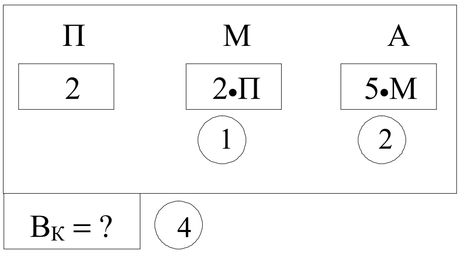
3). $В = К + С$

Мимоходом обратите внимание ребенка на то, что если в задаче 2 используется форма «больше на» ГРАЭЛА-(> на), то здесь — форма «меньше на» того же ГР(АЭЛа вторые действия обеих задач).

Задача 4

Как в задаче 7 расстановка действий идет в соответствии с вопросами задачи.

ГРАС-1



Алгебра

1). М = 2•П
2). А = 5•М
3). А = П + x
x = А – П
4). В = П + М + А

ГРАС-2

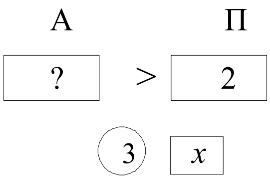


Рис. 10

Задача 5

Графика

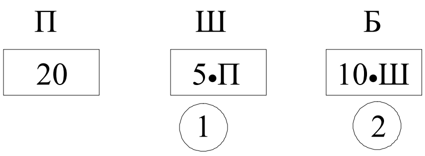


Рис. 11

Алгебра

1). Ш = 5•П
2). Б = 10•Ш

Задача 6

Графика

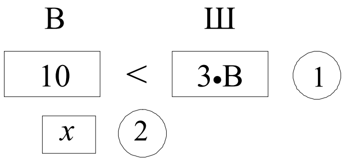


Рис. 12

Алгебра

1). Ш = 3•В
2). Ш = В + x
x = Ш – В

Задача 7

Так как руки привыкли рисовать «квадратики»-слагаемые стандартных размеров — мне так думается — по мере их появления в тексте (рис. 13), то при появлении второго вопроса (б) задачи («На сколько меньше было львов, чем шакалов?») мы увидим, что это самое «насколько меньше» — ГРАЭЛ-(Больше НА) — мы не можем разместить «**не теснясь**» (чтобы это было видно, я выделил пунктиром x).

Поэтому **нужно перерисовать** ГРАС-1 так, как на рис. 14. То есть «квадратик»-слагаемое **Л** сделать длиннее, чтобы четко было видно: чтó больше чегó.

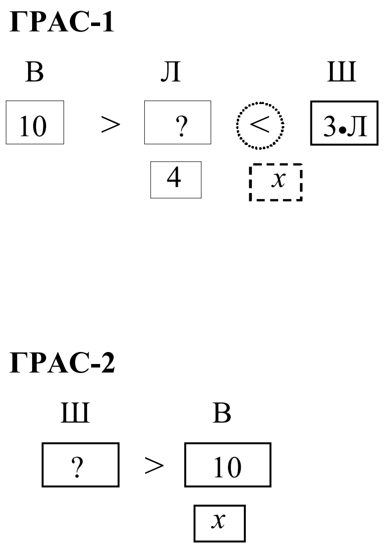


Рис. 13

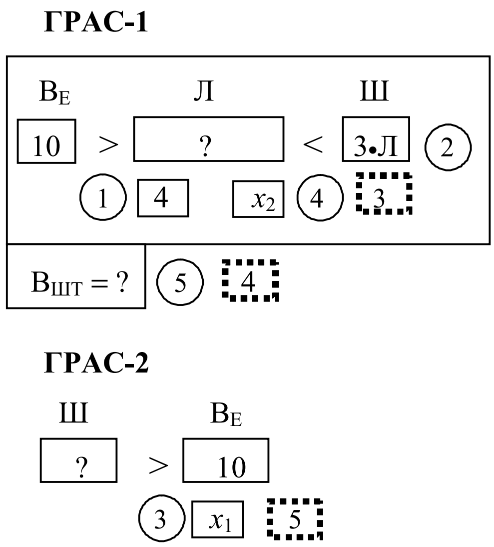


Рис. 14

Алгебра

1). $В_Е = Л + 4$

$Л = В_Е - 4$

2). $Ш = 3 \cdot Л$

3). $Ш = В_Е + x_1$

$x_1 = Ш - В_Е$

4). $Ш = Л + x_2$

$x_2 = Ш - Л$

5). $В = В_Е + Л + Ш$

Кроме того, на рис. 14 ясно видны уточнения, вносимые в «Графику» в процессе рисования задачи, а именно: два «разных икса» — x_1, x_2 и изменение имени слагаемого **В**(ерблюды» — $\mathbf{В_Е}$ (индексное имя), так как в последнем вопросе появляется стандартное **В**(сего).

Расстановка действий произведена в соответствии с появлением в тексте вопросов задачи, хотя естественный порядок, исходя из «Графики», был бы такой: 3-е действие стало бы 5-м, 4-е действие — 3-им, а 5-е — 4-м (в кружочках — порядок действий по вопросам задачи, в пунктирных квадратиках — естественный порядок).

Но действия следует расставлять именно исходя из текста задачи, по мере появления вопросов. В противном случае неизбежна путаница, которой мы как раз и хотим избежать.

Задача 8

Графика

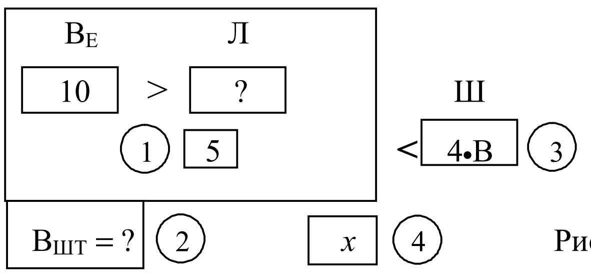


Рис. 15

Алгебра

1). $В_Е = Л + 5$

$Л = В_Е - 5$

2). $В = В_Е + Л$

3). $Ш = 4 \cdot В$

4). $Ш = В + x$

$x = Ш - В$

Задача 9

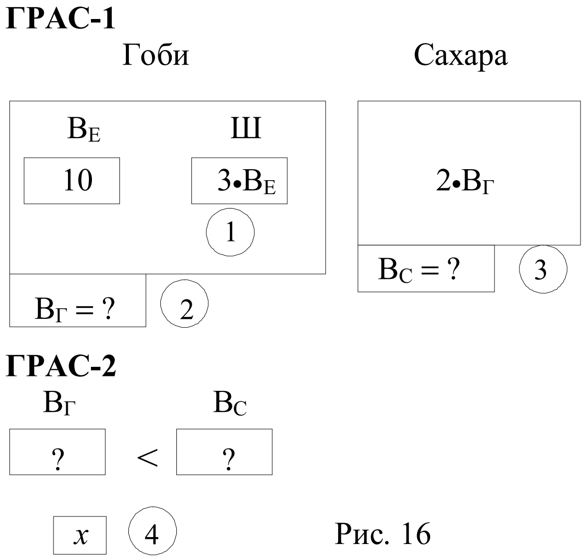


Рис. 16

Алгебра

1). $Ш = 3 \cdot В_Е$

2). $В_Г = В_Е + Ш$

3). $В_С = 3 \cdot В_Г$

4). $В_С = В_Г + x$

$x = В_С - В_Г$

Обратите внимание на некоторую нечеткость обозначений. В задаче сказано о львах в пустыне Сахара, а обозначение я даю не **Л**, а $\mathbf{В_С}$ (всего в Сахаре). Поскольку о других животных в Сахаре (других слагаемых) ничего не сказано, то подразумевается, что в Сахаре обитают только львы, а это и есть «**Всего** животных в Сахаре».

IV. В РАЗ больше; Больше НА (формы: больше-меньше); ВСЕГО. Неизвестное слагаемое (задачи в 3-5 действий)

1. Два корабля вышли в море на лов рыбы. Один из них поймал триста бочек кальмаров и на сто бочек больше селедок. Когда корабли вернулись в порт, то выяснилось, что другой корабль поймал в семь раз больше рыбы. Сколько бочек с рыбой привез второй корабль и почему ему такое счастье выпало? $(*)(\bullet\bullet) + \otimes_{Б}$

2. Кролик Джон пошел на огород и съел там три кочана капусты. Подумав, он добавил к завтраку морковок, и их оказалось на семь штук больше, чем кочанов капусты. Ну а подумав еще немного, он решился и съел редьку, причем редьки, чтобы не объесться, он съел на двенадцать штук меньше, чем морковок и капусты. Зайдя к своему другу кролику Биллу, он узнал, что Билла отвезли в больницу. Что случилось с Биллом, если известно, что в то утро он съел в пять раз больше овощей, чем Джон? — Посчитай-ка! $\{[[(*)(\bullet\bullet)](\bullet)](\bullet\bullet) + \otimes_{Б}\}$

3. Два путешественника поехали в Париж. Первый на поезде проехал тысячу километров, а потом на машине на пятьсот километров меньше, и тут машина сломалась. Второй самолетом долетел до Брюсселя, а потом поехал на лошадях. Какое расстояние одолел на лошадях второй путешественник если известно, что всего он проехал в три раза большее расстояние, чем первый, а расстояние от родного города обоих путешественников до Брюсселя — четыре тысячи километров. $[(\bullet)(\bullet\bullet) + \otimes_{Б}\Box]$

4. Прилетевшие из системы α-Центавра инопланетяне, рассказали о том, что вокруг их планеты тоже вращается своя луна. На одной стороне этой луны есть два океана и в пять раз больше морей. На другой стороне луны — восемь морей, на шесть штук меньше океанов и всякие разные кратеры. Сколько всяких разных кратеров на другой стороне луны если мы знаем, что там океанов, морей и кратеров в тысячу раз больше, чем морей и океанов на первой стороне луны? $\{\otimes_{Б}(\bullet\bullet) + \otimes_{Б}[(\bullet)(\bullet\bullet)]\Box\}$

Ответы: 1) $В_2$ = 4900 б.; 2) $В_Б$ = 70 шт.; 3) Л = 500 км (или x = 500 км); 4) К = 11990 шт. (или x = 11990 шт.).

Ну что, читатель?

После цикла III вам и в самом деле показалось, что с умножением никаких проблем?

Вы правы, но… Ох, уж это «но»!

Действительно, если задачи даны практически в виде логического скелета, «в лоб», — ну какие могут быть проблемы!

Однако, я обязан несколько рассеять ту легкую эйфорию, в которую вы, вероятно, впали, увидев, как ваш ребенок лихо «раскидывает» задачки в пять действий.

И достигается это очень простыми способами.

Во-первых, уже известный вам способ «текстовых изысков», словесного мусора, затрудняющего анализ задачи.

Во-вторых, что гораздо существеннее (особенно, если ребенок мал, скажем, в 3-м или 5-м классе), способ замены цифрового написания чисел буквенным.

Не сомневаюсь, **вы на себе испытаете** суммарное воздействие обоих способов в задаче 2 и, особенно, в задаче 3 (**обязательно сначала попытайтесь самостоятельно решить все задачи цикла**, как вы это делали в цикле VI, главы III. При этом фиксируйте свои затруднения восприятия, извлечения данных, проверки «Графики»).

Сценарий.

Задачи 1, 2 (рис. 17, рис. 18) употребляют общую логическую структуру задачи 9 из цикла III. Общую в том смысле, что имеются **две** суммы. Причем сумма **$В_2$** (**$В_Б$**, соответственно) не содержит в себе явных слагаемых, т. е. является суммой в скрытой форме, суммой-слагаемым, аналогично сумме $\mathbf{В_1}$ по имени «Кляссер» в задаче 6, цикла III, главы II.

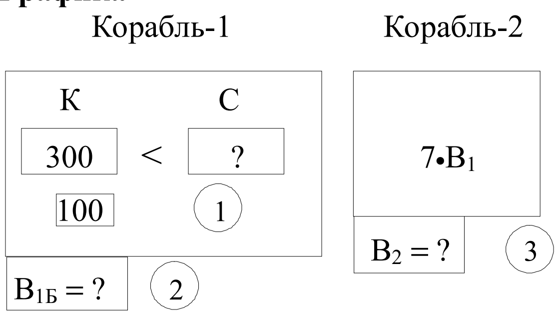
Задачи 3, 4 (рис. 19, рис. 20) тоже используют по **две** суммы, но на сей раз так, как промежуточные суммы $\mathbf{Ш_{45}}$ и $\mathbf{Ш_1}$ в учебной задаче 6, цикла V, главы II.

Обратите внимание на то, как в виде готового действия — **полной формулы** — записаны третьи действия задач: $В_2 = 3•В_1$ ($В_2 = 1000•В_1$, соответственно). **Этот момент существенен**. Здесь наглядно проявляется несомненное преимущество ГрафАнализа в легкости извлечения данных, варьировании формы их записи, что крайне облегчает анализ задачи и дальнейшую работу с «Алгеброй» (решение в общем виде). Взяв за отправную точку подобную **инструментальную** «мелочь», ребенок (буде на то его желание) с легкостью модернизирует базовый (школьный) вариант ГРАН к своим потребностям (пример — приложение 4).

x — содержимое слагаемого **Л** (**К**, соответственно) введен, как об этом говорилось в главе III, с целью сосредоточить внимание на последнем (искомом) неизвестном слагаемом.

Задача 1

Графика



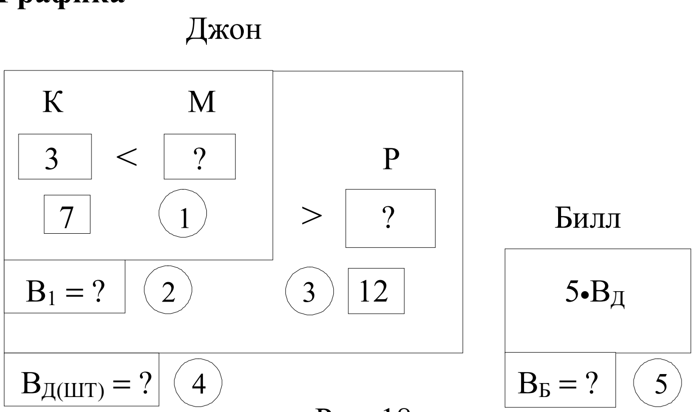
Алгебра

1). $С = К + 100$
2). $В_1 = К + С$
3). $В_2 = 7•В_1$

Рис. 17

Задача 2

Графика



Алгебра

1). $М = К + 7$
2). $В_1 = К + М$
3). $В_1 = Р + 12$
$Р = В_1 – 12$
4). $В_Д = В_1 + Р$
5). $В_Б = 5•В_Д$

Рис. 18

Задача 3

Единственной настоящей трудностью (в отличие от «во-первых» и «во-вторых») является извлечение данных: 4000 км (от родного города до Брюсселя) — это содержимое слагаемого **С**(амолет) — «самолетом долетел до Брюсселя».

Графика

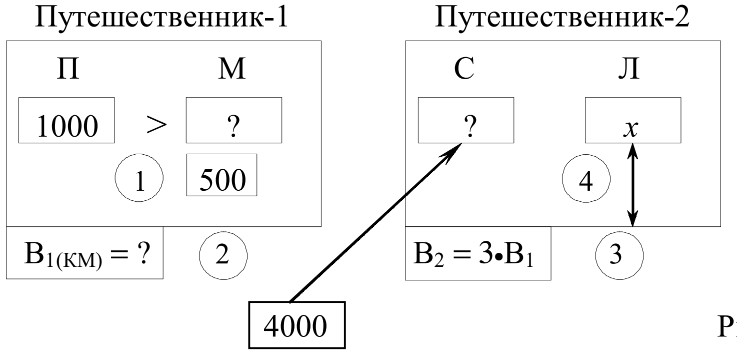


Рис. 19

Алгебра

1). $П = М + 500$
$М = П - 500$
2). $B_1 = П + М$
3). $B_2 = 3•B_1$
4). $B_2 = С + Л$
$Л = B_2 - С$
или
4). $B_2 = С + x$
$x = B_2 - С$

Задача 4

Имена слагаемых совершенно прозрачны, за исключением $\mathbf{B_{2п}}$.

Цифра 2 в имени показывает, что слагаемое относится к сумме $\mathbf{B_2}$ (Сторона-2), **буква П** показывает, что $\mathbf{B_{2п}}$ — промежуточная сумма.

Впрочем, читатель, имена слагаемых в вашем распоряжении. Я указываю лишь рекомендуемые обозначения.

Графика

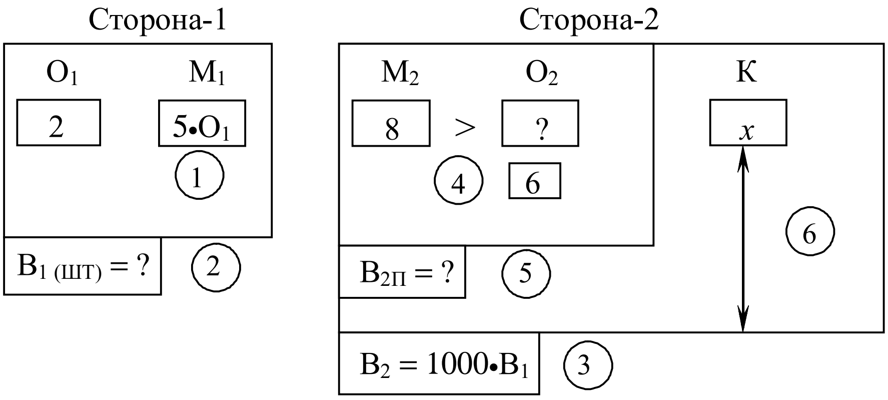


Рис. 20

Алгебра

1). $M_1 = 5•O_1$
2). $B_1 = O_1 + M_1$
3). $B_2 = 1000•B_1$
4). $M_2 = O_2 + 6$
$O_2 = M_2 - 6$
5). $B_{2П} = M_2 + O_2$
6). $B_2 = B_{2П} + К$
$К = B_2 - B_{2П}$
или
6). $B_2 = B_{2П} + x$
$x = B_2 - B_{2П}$

Резюме главы IV.

1. Введен графический элемент умножения: ГРАЭЛ-(⊗) — ГРАЭЛ-(Умножения), соответствует логическому элементу арифметики, выражающему действие умножения (цикл I, задача 1)

2. Введен графический элемент второго важнейшего отношения «Больше В»: ГРАЭЛ-($\otimes_Б$) — произносится: ГРАЭЛ-(Больше В), соответствует логическому элементу арифметики — больше в несколько раз (цикл II, задача 1).

3. В «Графике» оба ГРАЭЛа записываются в виде формулы (полной или частичной). В «Алгебре» оба ГРАЭЛа — **готовые действия** для «Арифметики».