

**КОНЦЕПЦИЯ
ЗНАНИЕВЫХ ЯДЕР
МАТЕМАТИКИ**

Ростов-на-Дону

2001- 2018

Концепция Знаниевых Ядер Математики (ЗЯМ) (или обучение математике как технологический процесс)

Я давно хотел познакомить родителей и учителей с концепцией Знаниевых Ядер Математики (ЗЯМ) поскольку мой опыт двадцатилетней работы в качестве ликвидатора математической безграмотности убедительнейшим образом показывает, что обучение математике в школе (я имею в виду общеобразовательную) в определяющей степени малоэффективно именно потому, что оно **нетехнологично** (о технологиях обучения говорят уж с четверть века, но это всего лишь благие пожелания) и выстроено «линейным» образом.

Но сначала давайте чётко осознаем: **к чему приводит невладение именно школьной математикой**, и главное в этом — невладение **техникой вычислений** (начальная школа, 5–6 классы) и алгебраических преобразований (Алгебра-7 — базовая алгебраическая техника 7-го класса).

Прежде всего, это — **интеллектуальное безделье** на уроках математики, начиная с 6-го класса (не можем работать с дробями и отрицательными числами) и, как следствие, «**закрепляя**» это в 7-ом классе (не можем освоить базовую, повторю, Алгебру-7).

Дальнейшее математическое образование становится невозможным или крайне формальным!

Более того, так как математика — это «язык природы», то **интеллектуальное безделье катастрофически нарастает в дальнейшем** уже и на уроках физики и химии.

Следствием является **принципиальная невозможность** освоения не только естественно-научных профессий и инженерных специальностей, но и невозможность **квалифицированного** освоения гуманитарных специальностей, например, психологии.

А начинается невладение математикой, точнее сказать — математическая безграмотность, с отвратительной **счётной техники** после начальной школы.

Но самое главное происходит в 6-ом классе, когда начинается обучение работе с дробями!

Сейчас я хотел бы конкретизировать понятие ЗЯМ на самом главном — ЗЯМ₂ «Дробь».

Эта конкретизация имеет не столько теоретический, сколь прикладной характер.

Но прежде, чем говорить о Знаниевых Ядрах Математики, мне хотелось бы немного познакомить вас с предысторией возникновения этого понятия. Только тогда станет ясно, что концепция Знаниевых Ядер (это имеет отношение не только к обучению математике) — не нечто надуманное, а **с необходимостью следующее** из практической работы, из эксперимента.

Дело в том, что к пониманию ЗЯМ я пришёл чисто эмпирически, в результате индивидуальной работы с детьми разных возрастов и разного уровня подготовленности (вплоть до студентов первокурсников).

(В статье «Задача? — Это очень просто!» я говорил, как, вначале, работая со студентами и старшеклассниками, я был вынужден при обследовании спускаться всё ниже и ниже, вплоть до таблицы умножения и таблицы сложения/вычитания — переход через первый десяток (2–1–й классы).

Однако самым важным оказалось другое!

Если чисто счётную технику (подробно описана в моей второй, неизданной, книге «Минимум грамотного счёта», книга для родителей прежде всего, глава II «Натуральные числа» — можете ознакомиться на моём сайте grafanaliz.ru) можно достаточно легко и быстро поставить, то переходя к 6-му классу — работе с дробями — появляются **принципиальные сложности**.

А именно: как только доходим до сложения/вычитания дробей (приведение к наименьшему общему знаменателю) — всё!

В процессе долговременной работы стало ясно: как только ребёнок **сознательно** овладевает сложением/вычитанием дробей (то есть пониманием того, что НОК — наименьшее общее кратное, оно же — наименьший общий знаменатель дробей) — он **качественно** меняется.

Так появилось понятие «**Клетка Ядра**».

После этого, буквально, несколько дней уходит на грамотное освоение умножения/деления дробей.

Всё!

Никаких проблем.

Так возникло понятие «**Оболочка Ядра**».

Остаётся только за 5–6 дней нарастить технику (осознанную!) работы с десятичными дробями.

Ещё 3–5 дней — отрицательные числа.

(Правда, речь идёт не о первоначальном знакомстве с дробями и отрицательными числами в 5–6 классах, а о детях, начиная с 7-го класса, уже знакомых с арифметикой дробей. При первоначальном обучении времени уходит больше, но это принципиальное отличие).

Теперь это формулируется «**Наращивание технических возможностей**».

Далее — Алгебра-7, ЗЯМ₄ (**основополагающая для всего дальнейшего обучения алгебра 7-го класса**), поскольку с ребёнком теперь можно разговаривать свободно и грамотно. Примерно порядка 15 занятий.

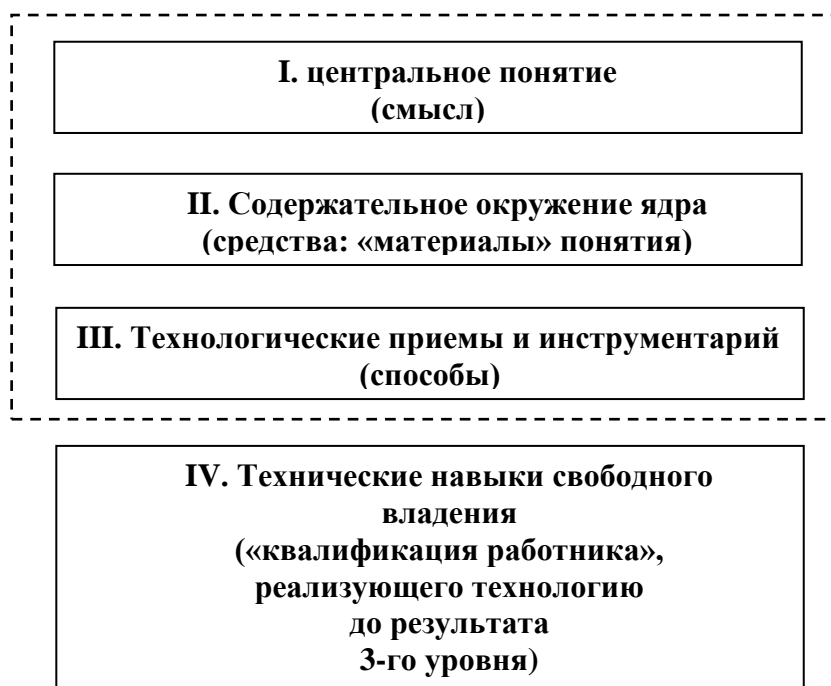
Заранее скажу, что **самым важным следствием** концепции Знаниевых Ядер Математики является отнюдь не возможность овладения школьной математикой, а — об этом будет сказано дальше — психокоррекционный эффект, **формирование Ядра Личности** в важнейшем — подростковом возрасте (**это происходит на протяжении всего лишь двух лет, 720 дней!**).

Вот теперь можно говорить о самом главном из всех Знаниевых Ядер Математики — о ЗЯМ₂ «Дробь».

Посмотрим на рис. 1.

СТРУКТУРА ЗНАНИЕВОГО ЯДРА (ЗЯМ)

линейная



Определение: Технология — совокупность знаний о **способах** и **средствах** проведения производственных процессов.

Рис. 1

Вроде бы всего лишь иллюстрация линейной структуры любого знаниевого ядра (не только в математике, но и вообще в изучении языков, об этом — далее), не имеющая никакого прикладного значения.

Однако впоследствии вы увидите, что основополагающая роль концепции Знаниевых Ядер заключается в том, к чему школа уже столько лет безрезультатно стремится.

А именно: концепция Знаниевых Ядер позволяет сделать обучение действительно **ТЕХНОЛОГИЧНЫМ!**

То есть: **делай так** — и ты получишь на «выходе» нужный результат (в пределах допусков, естественно).

Понимание «Структуры Знаниевого Ядра» будет реализовано далее, когда мы с вами подробно рассмотрим «Процесс формирования Знаниевого Ядра «Дробь» (рис. 2).

И ещё мне хотелось бы сослаться на давние экспериментальные данные, которые слегка пояснят: что именно привело меня к пониманию того, что формирование ЗЯМ — **мощное психокоррекционное средство**.

1) 4 года назад (отсчёт ведётся от 2001 г.): Маша 5 класс — ГрафАнализ — «Перестала бояться математики».

2) 1,5 года назад: Денис 11 класс — 8-е занятие «Я не знал, что алгебра так интересна», 20-е занятие «А не поступить ли мне на физфак?».

3) Конец лета - осень 2001: Вова 6 класс — Начали с ГрафАнализа (книга «Задача? — Это очень просто!» — конструктор решений арифметических задач. **Видеоуроки выложены на Youtube, ссылка на мой канал на сайте grafanaliz.ru**): 20 + 20 мин. Нарастивая по 5 мин. Каждые 1–2 занятия дошли до 35 – 40 мин. + 1,5 недели содержательного окружения ЗЯМ₂ — декабрь 2001: «По матише 5. Я сейчас соревнуюсь с одним парнем в классе» (сейчас заканчивает мехмат РГУ — ЮФУ).

4) Осень 2001: Сережа 6 класс — **Ярко выраженная леворукость**, как следствие — огромные проблемы с произвольным вниманием, ошибки, связанные с видением «справа налево, с конца к началу». 3-я четверть: нормальное уверенное психологическое состояние.

5) Март – май 2002: Ксения — 11 класс, гуманитарный лицей — «Я себя не узнаю, я не верю, что это я», «Когда начинаешь всерьёз заниматься математикой, то история... — на 2-й план».

Итак, рис. 2 «Процесс формирования Знаниевого Ядра «Дробь» (ЗЯМ₂)».

Формирование элементов ЗЯМ

I. Центральное понятие (смысл) — это доли как равные части целого и дробь как несколько долей.

II. Содержательное окружение ядра (средства: «материалы» — понятия) — основное свойство дроби (приведение к новому знаменателю как умножение числителя и знаменателя на одно и то же число и сокращение как деление на одно и то же число), разложение на простые множители, НОК — наименьшее общее кратное, то есть наименьший общий знаменатель дробей при сложении/вычитании.

III. Технологические приемы и инструментарий (способы) — признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9, 4, 25; деление «уголком»; разложение на простые множители; НОК — в виде произведения степеней простых множителей.

Всё это — А-зона, уровень актуального развития или формирование элементов ЗЯМ.

(об уровнях: А-зона — зона необходимого актуального развития и Б₁₋₃-зонах — зоны ближайшего развития — я расскажу далее, когда, с необходимостью, перейду к психологии).

Формирование «Клетки Ядра»

Итак, самая **сложная и утомительная** часть создания знаниевого ядра — формирование элементов ЗЯМ₂ — закончена (разумеется, если вы реализовали всё вышеописанное практически).

Теперь мы приступаем к **формированию «Клетки Ядра»**. Это **ответственнейший** (и очень быстро реализуемый, **если мы позаботились** о формировании элементов ЗЯМ₂ и **счётной технике** ребёнка) этап, поскольку сокращения и приведение к новому знаменателю, понятие простых чисел и кратных **сами по себе нас теперь не интересуют**. Это всего лишь необходимые элементы знаниевого ядра, на основе которых возникает **качественно новое знаниевое образование** — «Клетка Ядра».

В основном, всё происходит в рамках сложения дробей (вычитание — это то же самое сложение, и мы просто закрепляем сложение и немного расширяем технические возможности). **Нам важен, прежде всего, результат** сложения — **верный, грамотно** и быстро полученный ре-

зультат, а приведение к общему знаменателю («Минимум грамотного счёта», глава III, «Обыкновенные дроби») и сокращения должны идти **автоматически**, сами собой, так, как пальцы музыканта скользят по грифу гитары, «не задумываясь» какую струну и на каком ладу прижать.

В то же время, **параллельно**, осваиваются все четыре приёма приведения к наименьшему общему знаменателю (см. **Дроби**, [ссылка на мой канал на сайте grafanaliz.ru](#)) и, **в свою очередь**, осваивая эти четыре приёма, мы овладеваем грамотным и быстрым сложением дробей и, тем самым, формируем «Клетку» знаниевого ядра.

А теперь — ближе к практике.

Структура ЗЯМ и Процесс его формирования — **не произвольное** построение, а следствие практической, экспериментальной работы.

Структура и Процесс являются **конструктивно-содержательными**, а не описательными понятиями.

Двадцатилетняя работа с детьми раз за разом подтверждает то, какую **гигантскую** роль играют **три первых** блока линейной структуры (рис. 1):

- I. Центральное понятие.
- II. Содержательное окружение ядра.
- III. Технологические приёмы и инструментарий.

Оказывается, что совершенно вроде бы тривиальные сокращение и приведение к новому знаменателю, не говоря уж о смысле дроби, столь, как кажется ясным, при переходе к сложению/вычитанию дробей начинают играть определяющую роль.

Но прежде всего, конечно, — НОК, наименьшее общее кратное, и вообще просто «страшное» слово КРАТНОЕ!

Школа, как правило, не обращает на это внимания: действительно, всего лишь несколько пунктов «линейной» школьной программы.

Потом — сложение/вычитание дробей: вроде бы тоже ничем не отличается от предыдущей арифметической техники.

Но вот тут-то — и всё!

Однако школа идёт дальше — умножение и деление дробей.

Что ж поделать, не все «талантливы», не все «могут» со сложением дробей разобраться (ну впрямь, как в средние века — деление изучалось в университетах и говорилось, что оно доступно исключительно одарённым людям!).

Мол, так было, есть и будет.

Да вот только эксперимент показывает: если мы сформировали элементы ЗЯМ (и, разумеется, счётную технику **начальной школы!**), прежде всего: НОК и основное свойство дроби, то сложение/вычитание дробей проходит безболезненно.

Но гораздо важнее то, что — **«всего лишь»** — овладение сложением дробей **меняет ребёнка качественно**, поскольку создаётся «Клетка Ядра» — Б₁-зона, 1-я зона ближайшего развития.

Экспериментально выяснено, что нужно 5–7 занятий (40+40 минут) на то, чтобы ребёнок полностью овладел сложением/вычитанием дробей.

Но, повторюсь, эксперимент показывает, что в этот момент происходит **наиважнейшее** — формирование Клетки Знаниевого Ядра!

А точнее — начало формирования **«Ядра Личности»**.

Теперь пора перейти к психологии (кажется, ну какая связь с математикой, с дробями!), поскольку занимаясь (или не занимаясь) сложением/вычитанием дробей, мы либо даём ребёнку возможность стать Человеком, Личностью, либо лишаем его этой возможности.

О зонах актуального и ближайшего развития

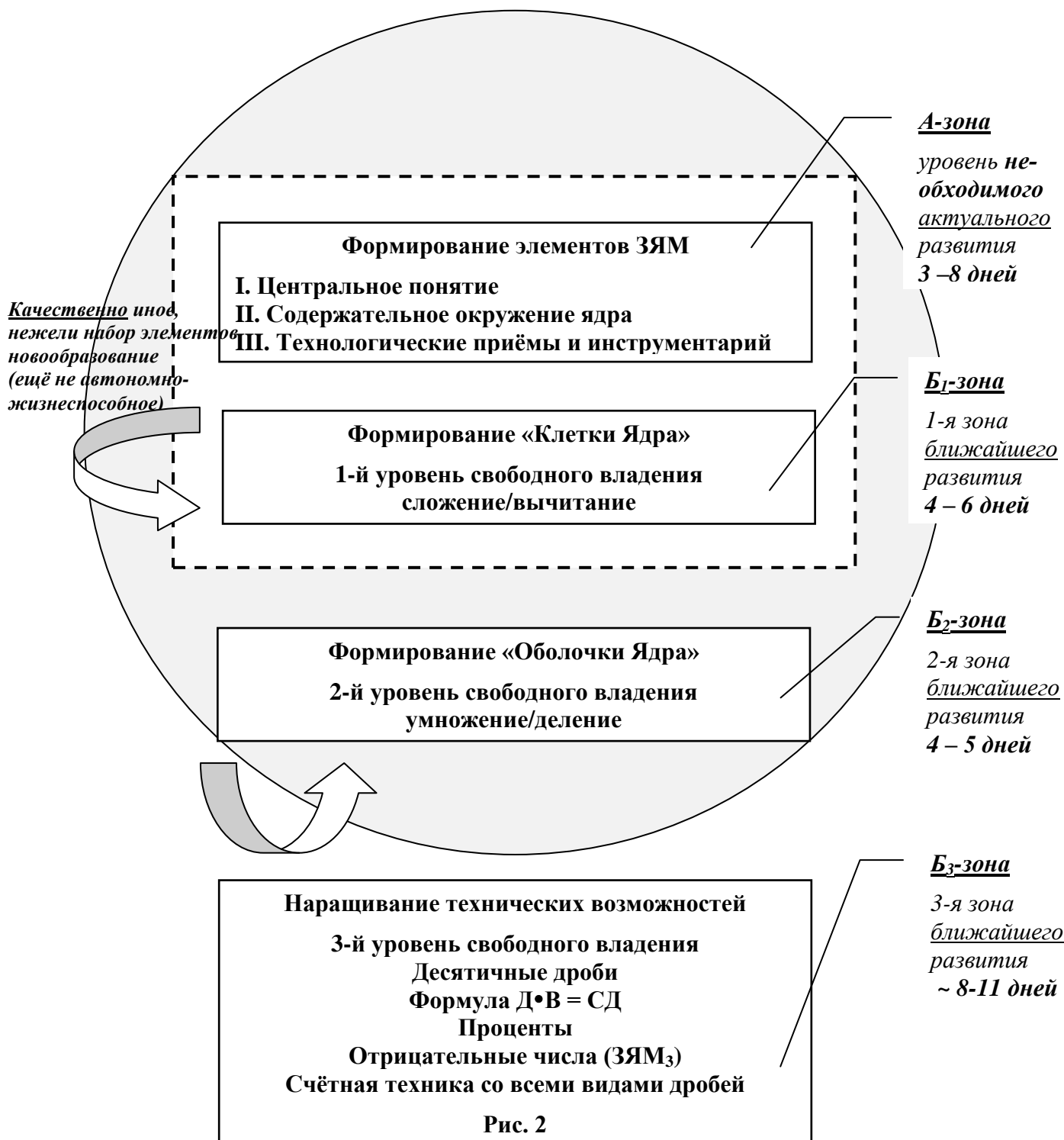
Если говорить предельно упрощённо и кратко, то в психологии под **зоной актуального развития** подразумеваются психические функции, умения и навыки, которые уже сформировались, и ребёнок на этой основе может решать определённые задачи без помощи взрослых.

Под зоной ближайшего развития имеются в виду задачи, которые ребёнок решает ещё неуверенно и ему требуется помощь взрослых.

Но с точки зрения концепции ЗЯМ под зоной актуального развития понимается то, чем ребёнок **ДОЛЖЕН** владеть, чтобы освоить язык математики далее.

Поэтому и возникла необходимость в понятии «**необходимый** уровень актуального развития».

ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ ЗНАНИЕВОГО ЯДРА «Дробь» (ЗЯМ₂)



(Понятие «необходимый уровень актуального развития» с точки зрения психологии может показаться ошибочным, смешением несовместимых понятий — владеет умениями **сейчас** и **должен** владеть, но в концепции ЗЯМ это понятие является основополагающим!)

Не имея созданного (совершенно сознательно и предельно технологично!) **необходимого уровня** актуального развития Знаниевого Ядра, мы и близко не сможем ставить чисто технологические задачи формирования зон ближайшего развития Знаниевого Ядра.

Под зоной ближайшего развития в концепции ЗЯМ понимается создание «Клетки Ядра» — зона B_1 — то, чем ребёнок **с необходимостью должен овладеть**, чтобы идти дальше.

На первый взгляд отличие не столь уж и значительное от принятого в психологии.

Но это «дальше» заключается в создании полномасштабного Знаниевого Ядра!

За «Клеткой Ядра» следует формирование «Оболочки ядра» — зона B_2 — как автономного жизнеспособного образования.

И наконец — «**Наращивание технических возможностей**», 3-й уровень свободного владения техникой — B_3 зона.

В процессе работы стало ясно, что формирование «Клетки Ядра» ЗЯМ₂ «Дробь» **качественно** меняет ребёнка. Но если на этом остановиться, то выясняется, что это хотя и автономное, но ещё не жизнеспособное новообразование в знаниевой структуре ребёнка.

А вот если мы сформируем «Оболочку Ядра» — 2-й уровень свободного владения арифметической техникой — умножение / деление дробей (B_2 -зона, 2-я зона ближайшего развития), то (см. рис.2) получим автономное жизнеспособное новообразование.

Далее будет просто: десятичные дроби (то есть возвращение в 5-й класс), отрицательные числа по несколько дней, и выход на Алгебру-7!

Резюмируем.

Самыми важными моментами являются:

- a) Формирование элементов ЗЯМ.
- b) Формирование «Клетки Ядра».
- c) Формирование «Оболочки ядра».

Благодаря концепции Знаниевых Ядер Математики удалось **КОНСТРУКТИВНО** развить известные представления Л. С. Выготского **о зонах актуального и ближайшего** развития. (Л. С. Выготский «История развития высших психических функций» т. 5, цитата по И. В. Дубровиной: «Л. С. Выготский убедительно показал, что **наличное состояние** возможностей ребенка еще не дает правильного представления о ходе его психического развития, поскольку существенно важным является **не только то**, что может выполнить ребенок **в настоящее время**, но и то, чего он **сможет** достичь **в ближайшем будущем**, какова его зона «ближайшего развития» Всё выделено мной. — В.Х.).

Появилась **необходимость** разделить понятия «**наличное состояние**» ребенка — как срез, «фотография» его знаниевой структуры и **уровень актуального развития** в рамках данного конкретного ЗЯМ.

Экспериментально выяснено, что психологическое понятие «**наличное состояние**» возможностей ребенка с точки зрения знаниевых ядер переформулируется в понятие «уровень **необходимого актуального развития** данного ЗЯМ_i». И этот уровень необходимого актуального развития **ЕЩЕ НЕОБХОДИМО СФОРМИРОВАТЬ** (в этом и проявляется конструктивная содержательность структуры ЗЯМ и процесса его формирования)!

И только **ПОСЛЕ** создания **необходимого уровня актуального развития** (или иначе — **А-зоны** ЗЯМ_i) появляется возможность осмыслить: **что же именно** мы должны понимать **под зоной ближайшего развития** данного Знаниевого Ядра.

Если взглянуть на рис. 2 (Процесс), то видна принципиальная разница между А-зоной и $B_{1,2,3}$ -зонами.

А-зона:

- включает целых **3 элемента** линейной структуры (рис. 1);
- требует затрат времени примерно **в 1,5 раза больше**, нежели B_1 и B_2 -зоны (если речь идёт о 6-ом классе, первоначальном знакомстве с техникой дробей);
- **ни одно понятие**, ни один технологический прием не могут быть **не то что пропущены, а даже просто плохо усвоены.**

Может сложиться впечатление, что последний пункт всего лишь иными словами выражает общеизвестный факт: математика, как логическая система, требует освоения «снизу вверх» — строго последовательного продвижения. На самом деле это не совсем так. Скажем, осваивая даже зону B_1 — Клетку Ядра, мы можем особо не настаивать на рациональных приемах счета, или, в зоне B_2 — формирование «оболочки ядра» ($\otimes/(:)$ дробей) — можно позволить себе роскошь не обрабатывать умножение/деление на целое число исходя из смысла смешанной дроби как суммы целой и дробной частей и соответственно умножать и делить, пользуясь распределительным законом. Никаких принципиальных затруднений (во всяком случае в процессе освоения) ребенок испытывать не будет. Если же мы позволим себе хотя бы только технически плохо отработать приемы нахождения НОК, то уже формирование B_1 -зоны станет невозможно или пройдет только на уровне формального усвоения, что в мало-мальски сложных случаях будет эквивалентно полному непониманию. (Я уж не говорю о стандартно практикуемом «отвлечении» на текстовые задачи или элементы геометрии! — Формирование Знаниевого ядра становится разорванным и, в большинстве случаев, просто невозможным).

Итак, из рис. 2 видна оправданность появления понятия «**необходимого уровня актуального развития**» для данного ЗЯМ_i (или иначе — **А-зоны** ЗЯМ_i) как уточняющего и развивающего введенное Л. С. Выготским понятие «**наличное состояние** возможностей ребенка». Введение же первых двух зон ближайшего развития ЗЯМ_i — B_1 и B_2 -зоны — оправдано **как психологически** (понятия «Клетка Ядра» и «Оболочка ядра» возникли в эксперименте), **так и математически** (сложение/вычитание и умножение/деление соответственные взаимно обратные операции, последовательно развивающие одна другую). Аналогично понятие третьей зоны ближайшего развития — зона B_3 , технические навыки свободного владения (элемент IV линейной структуры) — естественным образом возникает из математического содержания знаниевого ядра. Но хоть основа возникновения зоны B_3 — математическая, она играет крайне важную психологическую роль в развитии ребенка, а именно: только свободное владение техникой соответствующего знаниевого ядра, дающее возможность овладевать техниками последующих ЗЯМов, **ИЗМЕНЯЕТ РЕБЕНКА**: изменяет его мотивацию, влияет на психологическое самочувствие, на чувство перспективы и уверенности в своих силах. То есть следует признать, что только завершенное формирование зоны B_3 , иначе — формирование знаниевого ядра целиком, — превращает знаниевое ядро в конкретной области знаний в факт психологического изменения, превращает знаниевое новообразование в новообразование психологическое.

Итак, **экспериментально** обнаруженный процесс формирования знаниевого ядра (рис. 2) демонстрирует, что понятие зоны ближайшего развития по Выготскому лишь тогда становится **определенным и конструктивным**, когда мы рассматриваем это понятие **в рамках конкретного знаниевого ядра**, с предельно конкретным содержательно предметным наполнением, и выделяем в общем понятии по Выготскому 3-ю зону ближайшего развития данного ЗЯМ_i:

- Зона B_1 — «Клетка Ядра».
- Зона B_2 — «Оболочка ядра».
- Зона B_3 — «Наращивание технических возможностей».

Сейчас «наличный уровень развития возможностей ребенка» (в конкретном предмете) рассматривается как «фотография» знаниевой структуры ребенка (что может, чего не может) и не отдается отчет в том, что эта «фотография» отражает не столько **горизонталь** «наличного состояния» (срез знаниевой структуры на данный момент), сколько **вертикаль** запечатленной истории формирования знаниевой структуры, срез пробелов из нескольких ЗЯМов последовательно распределенных во времени возникновения.

Простейшие примеры «знаниевой вертикали»

Решение показательного уравнения: $5^x \cdot 5^x = 5^{0,5}$ — 10-класс

Таблица 1

(1)	$5^{2x} = 5^{0,5}$	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	ЗЯМ₄	7-й класс
(2)	$2 \cdot x = 0,5$		Переход от показательного уравнения к алгебраическому	10-й класс
(3)	$2 \cdot x = 0,5$		Простейшее уравнение, но с Д ^И	
(4)	$x = \frac{0,5}{2}$		ЗЯМ₁ — решение простейшего ур-ния	2-й—5-й классы
(5)	$x = \frac{0,5 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$	ЗЯМ₂ — основное свойство Дроби, решение до числа	6-й класс
(5')	$x = \begin{array}{r l} 0,5 & 2 \\ -4 & 0,25 \\ \hline 10 & \\ -10 & \end{array}$		ЗЯМ₁ — (:) «в столбик» ЗЯМ₂ — (:) десятичной дроби, решение до числа	2-й класс 5-й класс

Решение логарифмического уравнения: $\log x(x - 2\frac{1}{2}) = \log(3,5x + 7)$ — 10-класс **Таблица 2**

(1)	$x(x - 2\frac{1}{2}) = 3,5x + 7$		Переход от логарифмического уравнения к алгебраическому	10-й класс
(2)	$x^2 - 2\frac{1}{2}x - 3,5x - 7 = 0$		ЗЯМ₄ — раскрыть скобки, перенести в одну сторону	7-й класс
(3)	$x^2 - 2\frac{1}{2}x - 3\frac{1}{2}x - 7 = 0$	$3,5 = 3\frac{1}{2}$	ЗЯМ₂ — перевод десятичной дроби в обыкновенную	5-й класс
(4)	$x^2 - 6x - 7 = 0$		ЗЯМ₄ — подобные + ЗЯМ₃ — Σ отрицат. чисел ЗЯМ₂ — Σ смешанных Д ^{ЕЙ}	7-й класс 6-й класс 6-й класс
(5)	$x_1 = 7; x_2 = -1$	Алгоритм реш-я уравнения — НЕ относится к ЗЯМ	Решение квадратного уравнения по: Корень кв. ур-ния (по общей формуле или «по Виету»).	8-й класс

В обоих случаях (таблицы 1 и 2) мы видим, что задачи 10-го класса (крайне простые) используют материал 10-го класса только по одному разу — при переходе от показательного или логарифмического уравнения к арифметическому или алгебраическому. Все остальное является **техникой** алгебраических или арифметических преобразований. Ошибка, разумеется, возможна на каждом этапе решения. Однако если мы подойдем при обследовании ребенка не просто с точки зрения фиксации ошибок, а с точки зрения концепции знаниевых ядер, то сразу бросается в глаза следующее: то, что сейчас называется «наличным уровнем» ребенка (состояние знаниевой структуры на данный момент) на самом деле есть **не горизонтальный** срез, а **вертикаль**, состоящая из **нескольких** (в данном случае 3–4-х) ЗЯМов.

И это только добравшись до наиболее часто используемого алгоритма решения квадратных уравнений — 8-й класс.

Но... до уравнения нужно еще добраться!

И не стоит говорить, что это тривиально, подразумевается само собой. Если квадратное уравнение (пусть и не по Виету, поскольку мало кто из школьников владеет Виетом, а «в лоб» — по общей формуле) решит подавляющая часть старшеклассников (подразумевается — напишут общую формулу, **что совершенно еще не означает правильного числового ответа**), то

путь к нему — уравнению — одолеет отнюдь не каждый. И причина этого явления теперь совершенно ясна — и она крайне серьезна! — школа ориентирована **НЕ НА ТОТ РЕЗУЛЬТАТ**.

Действительно, начиная с Алгебры-7, вопрос об арифметической технике уходит на второй план. Основная цель А-7 — научить владению алгебраическими преобразованиями (2-я важнейшая — после арифметики — составляющая из 90 % «всей математики, включая высшую»). Все большую роль в оценке знаний начинает играть умение работать с уравнениями, неравенствами, системами разных типов. Начиная с 8-го класса, вслед за арифметикой на второй план уходит и алгебраическая техника А-7. И это понятно и закономерно: в самом деле, нам нужен результат; нас не интересует техника «сама по себе»; **техника — подразумевается**, а мы должны идти «вперед и вверх».

Все верно, все правильно. Так и должно быть.

Вот только большинство детей **именно технически не готовы** (арифметически и алгебраически) шагнуть на следующую ступень овладения математикой: **овладение прикладным инструментарием** математики — **алгоритмами решений** уравнений, систем и т. п.

И «знаниевая вертикаль» наглядно показывает к чему приводит техническая неготовность ребенка: практически все его проблемы в 10 – 11 классах обусловлены отсутствием техники на уровне основополагающих ЗЯМ₂₋₄.

А сколько примеров могли бы привести преподаватели высшей школы того, как даже формально удачный вначале студент (т. е. владеющий техникой счета и преобразований даже на относительно высоком уровне, но не владеющий глубоко центральными понятиями ЗЯМов) «спекается» к концу 1 – 2-го курсов. Технические проблемы ставят **непреодолимые барьеры** на пути его профессионализации.

Вот тут-то и выясняется, что для 99,99 % людей не математиков математика действительно только язык их профессии (или ее части).

Но... уже поздно!

Однако вернемся к теме «знаниевой вертикали» и рассмотрим ее в еще более жестком режиме — режиме несформированности ЗЯМ₁ (арифметика начальной школы: **все мои ученики**).

На рис. 3 явным образом видно, **сколь многое** в последующих знаниевых ядрах зависит **от очень небольшого числа** элементов ЗЯМ₁ — счётной техники начальной школы. И особенно сильна эта зависимость от арифметики начальной школы **для важнейшего** в иерархии знаниевых ядер школы — ЗЯМ₂ «Дробь».

Никоим образом, как мы видим, на формирование последующих знаниевых ядер не влияют текстовые задачи (в том виде, как они сейчас преподносятся), составляющие не менее 30 % объема математики начальной школы, ни элементы геометрии тоже составляющие довольно-таки внушительную долю. А вот **сверхважность счётной техники** — налицо.

И когда в старших классах при решении логарифмических или тригонометрических уравнений, взятии производной или интеграла мы встречаем **вычислительные ошибки** и именно по этой причине не засчитываем решение ученику, то, оказывается, дело обстоит совсем не так просто и понятно, как принято думать. Мы не засчитываем ученику математику 10-го или 11-го класса, **а на самом-то деле мы ставим оценку за давно прошедшее**, отстоящее от сегодняшнего дня на несколько лет.

Повторюсь: когда у нас «фотография» знаниевой структуры ребенка, когда мы просто фиксируем, что ребенок не умеет того-то и того-то, то для нас (на наш взгляд, для нашего восприятия) — это **горизонтальный** срез структуры, в то время как его «не знает то-то и то-то» — это, на самом деле, **вертикаль** знаниевой структуры, включающая несколько знаниевых ядер. И если мы будем исходить из концепции знаниевых ядер, то просто вынуждены будем рассматривать вместо «наличного состояния» ребенка («фотографии») — **уровень необходимого актуального развития данного ЗЯМ_i**. Тем самым, мы **вынуждены** будем принять как необходимую данность: **вначале сформировать** предметную зону актуального развития, предшествующую «Клетке Ядра», а для этого мы **вынуждены** посмотреть на вертикальный срез знаниевой структуры и, тем самым, опять-таки, **вынуждены** вернуться к предшествующим ЗЯМам и хотя бы по минимуму ликвидировать **сущностные** пробелы как в понимании центральных понятий, так и в овладении необходимыми технологическими приемами, инструментарием.

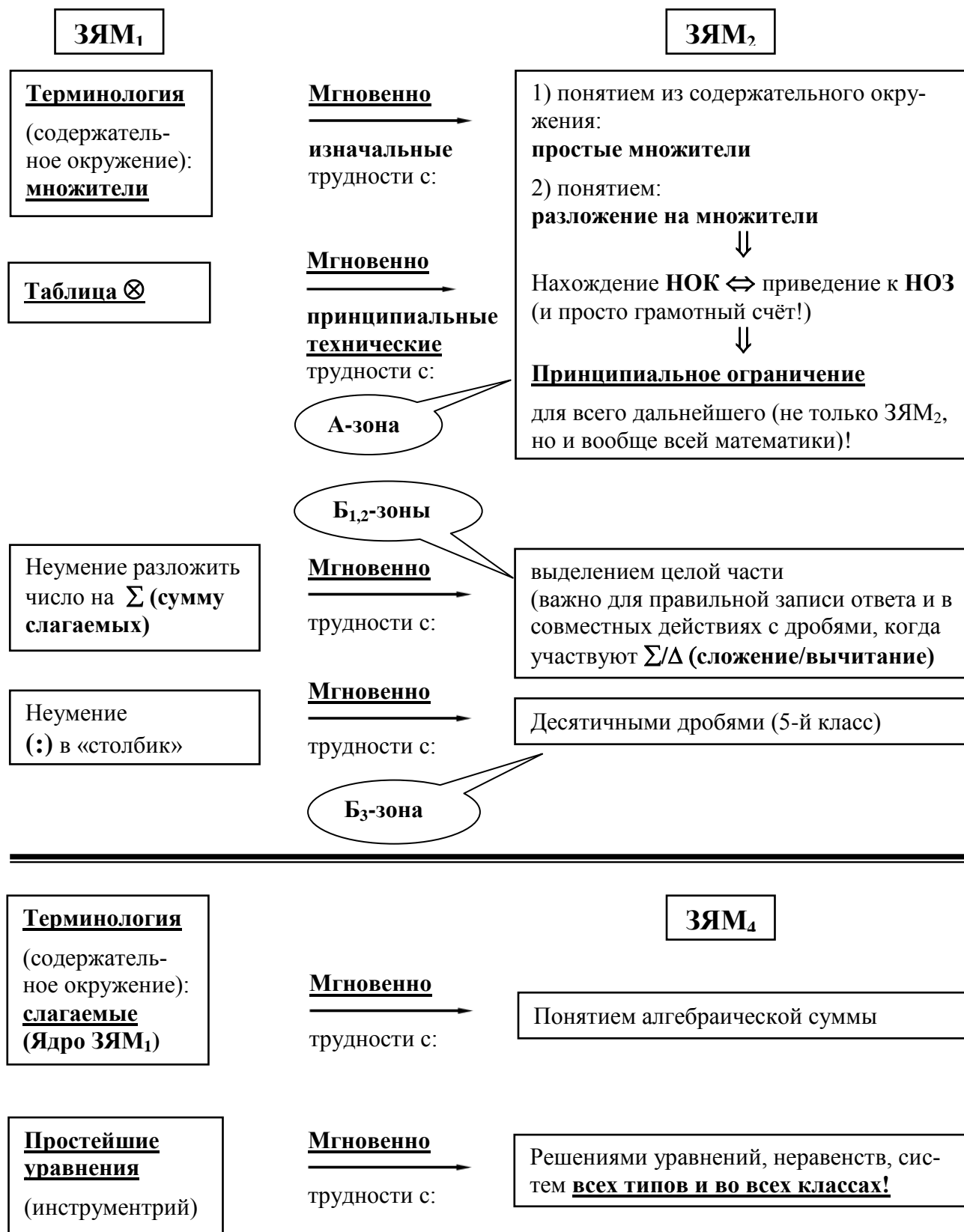


Рис. 3

Взгляд на «моментальную фотографию» (результаты обследования) с точки зрения необходимой предметной зоны актуального развития для формирования конкретного ЗЯМ_i дает нам интереснейшую информацию о зоне ближайшего развития ребенка (опять-таки с точки зрения зон ближайшего развития ЗЯМ), а именно: мы **точно** можем узнать, чего ребенок **НЕ МОЖЕТ** в своей зоне ближайшего развития, и не только данного ЗЯМ, а почти **всей цепочки ЗЯМ_i**, причем не просто «не может», а «не может» на уровне **принципиальных ограничений!**

Таким образом, ясное видение учителем всей цепочки ЗЯМ_i, **вынуждает** учителя сосредоточиться на формировании (отработке — как идейной, понятийной, так и инструментальной, технической) необходимых (для дальнейшего) предметных зон актуального развития — А-зон. Иначе вся его дальнейшая работа (в силу возникающих **принципиальных** ограничений) становится **БЕССМЫСЛЕННОЙ ИЗНАЧАЛЬНО!** Учитель будет **вынужден** на период формирования А-зоны соответствующего ЗЯМ_i, **отбросить все лишнее**, мешающее достижению цели, например, решение уравнений, текстовых задач, изучение элементов геометрии, одним словом всего того, что составляет повторительный или пропедевтический материал, не связанный с данным ЗЯМом. То есть **переструктурировать** свою деятельность, приближая ее поневоле к форме **интенсива**, что в свою очередь уменьшит время «**интеллектуального безделья**» детей на уроках, с одной стороны, и будет способствовать поддержанию **единого технического уровня всего класса**, с другой стороны.

Если же исходить из «наличного состояния» как из «знаниевой горизонтали», то, разумеется, учитель в старших классах уже почти ничего не может сделать. Ведь для этого ему нужно затронуть пробелы, истоки которых коренятся **в нескольких несформированных знаниевых ядрах**. И это если учитель отдает себе в этом отчет! А если нет?.. — Тогда ученик для такого учителя: «тупица», «неспособный», «слабый» etc.

II. Знаниевые ядра и проблема личности.

Исходя из экспериментально выявленного мощного психокоррекционного воздействия процесса формирования ЗЯМ₂₋₄ на ребенка, выдвигаются две гипотезы.

1. **Базовый ЗЯМ₂** (с элементами ЗЯМ₁) и цепочка ЗЯМ₂₋₄ оказывается столь **качественно мощным новообразованием** (причем, создаваемым учителем **совершенно сознательно и предельно технологично!**) в психике ребенка любого возраста (≥ 6 класс), что процесс создания ЗЯМ₂₋₄ может использоваться **в качестве психокоррекционного средства**, порождающего глубокие позитивные изменения в мотивационной сфере, психическом самочувствии и **главное** — открывает перед ребенком ПЕРСПЕКТИВЫ развития (т. к. **устраняются принципиально непреодолимые** ранее **языковые** преграды).
2. Более сильной является вторая гипотеза. Процесс формирования «**Ядра Личности**» (12 – 14 лет) — это процесс формирования **цепочек предметных ЗЯМов**. Однако **базовой** цепочкой остается цепочка ЗЯМ₂₋₄ **в математике** (как наиболее языково универсальная, и как **наиболее легко формируемая** в силу: «математика легче любого языка»).

Таким образом мы получаем возможность **опредметить**, «**материализовать**» для себя понятие «**процесс формирования личности**» в совершенно конкретных понятиях знаниевых ядер и, что не менее важно, в совершенно ясной, **содержательно-конкретной**, структуре деятельности **учителя-предметника**.

Такое опредмечивание совершенно аналогично тому, о котором директор загорского интерната слепоглухонемых детей А. В. Апраушев говорил: «Мышление ребенка у нас в интернате **в прямом смысле слова** создается **руками** педагогов. Например, обыкновенная ложка — это **материализованный тысячелетний опыт** человечества. Но нужно **60 тысяч раз** проделать ручкой ребенка движение с ложкой, чтобы овеществленный опыт культуры стал фактом сознания ребенка» (очеловечивания ребёнка).

Таким образом, вторая гипотеза о Ядре Личности как цепочках знаниевых ядер переводит **проблему осмысления таких понятий как личность, развитие личности из плана теоретических построений философии и психологии в план реальной «прикладной» педагогики.**

Это, во-первых.

А давая учителю-**предметнику** конкретный технологический инструментарий формирования ЗЯМов, мы, тем самым, максимально конкретизируем для него, **в пределах именно его предмета**, давно декларируемую кафедрами методики преподавания цель: обучение должно быть развивающим, личностно ориентированным.

Это, во-вторых.

Более того, мы ставим учителя-предметника в ситуацию, когда он **вынужден** участвовать в процессе формирования личности учеников (благодаря содержательно измененным целям преподавания: из предмета выделяется цепочка ЗЯМов и учитель сосредоточивается именно на них).

И ещё.

Когда концепция ЗЯМ в общем была сформирована, то возник вопрос: а разве это свойственно только преподаванию математики?

Совершенно естественным образом стало ясно: поскольку математика — Язык, гуманитарная область, то те же закономерности должны работать и в преподавании иностранных языков. Более десяти лет спустя я получил этому подтверждение, когда просмотрел «Полиглотшоу» Д.Петрова несколько лет назад (он начал с английского), потом ещё несколько его языковых курсов.

Да, Д.Петров именно что создавал Клетку Ядра, начиная с глаголов, во всех временных формах.

Думается, концепцию Знаниевых Ядер можно будет адаптировать и развить не только в преподавании языковых дисциплин, но и в естественно-научных. Разумеется, это будет гораздо сложнее. Однако, если мы сможем обучить **Языку Математики всех детей**, то сможем и научить их **ГОВОРИТЬ** на этом языке в тех областях, где это **им** понадобится!