Задача? — Это очень просто!

**или размышления частного учителя математики
об отнюдь не частных проблемах
школьной математики**

Ростов-на-Дону

2001-2017

1. К постановке проблемы

Общий методологический подход сосредоточен на проблеме развития математической техники (техники — в широком смысле: счет, алгебраические преобразования, самоконтроль, понимание смысла осуществляемых операций) и глубокого понимания базовых понятий, необходимых для свободного владения соответствующей техникой.

В арифметике: сумма, слагаемые, действия вычитания и деления как первые глубинно трудные обратные операции, требующие нескольких лет на их усвоение после начальной школы и, к сожалению, так и остающихся непонятыми для большинства.

В алгебре: центральное понятие степени. Радикал как обратная операция. Радианная мера. И логарифм как показатель.

Я сознательно опускаю важнейшее понятие функции в силу того, что функция — основное понятие математического анализа, средство описания переменных величин, их взаимосвязи, и роль ее в математическом образовании совершенно иная, нежели алгебры и арифметики.

Сама же проблема владения математической техникой возникла в результате практики. Каждый раз я сталкивался с одним и тем же: прежде чем заниматься дифференцированием или интегрированием (неважно, 11-й класс или студенты), я вынужден был спускаться к алгебре 7-го класса, и далее — вниз: к отрицательным числам, дробям. Вплоть до таблицы умножения. Ничего не оставалось делать, как назвать то, чем я занимаюсь: "Ликвидация математической безграмотности" (во всяком случае сейчас "листы обследования" начинаются с проверки знания таблицы умножения и — главное — владения ею) (с 2012 года обследование начинается уже с таблиц сложения/вычитания — 1-й класс!).

А поскольку жизнь настоятельно требовала решения задачи: быстро и эффективно ликвидировать пробелы в знаниях моих учеников (в самом деле, нельзя же несколько лет заниматься с учеником — ни психологически, ни экономически!) то анализ сути этих пробелов и причин их возникновения в школе привел к осознанию того факта, что для школы характерно "линейное" построение курса математики, то есть те немногие базовые понятия, которые действительно необходимы для обучения в высшей школе практически никак не выделяются и фактически "тонут" на общем фоне "материала". И к тому же, что не менее плохо (а точнее — гораздо хуже!), школа, как правило, не обращает должного внимания на эффективное владение математической техникой (о значимости техники я скажу ниже).

В результате, для подавляющего числа учителей, определяющей установкой становится: "Успеть бы пройти программу. Тут уж не до отработки техники." И — увы! — с этим учитель почти ничего не может поделать, будучи связан программой и временными интервалами для ее осуществления. Следовательно, нужно было искать резервы времени. Таким образом, поневоле пришлось сосредоточиться на начальной школе и изыскать эти резервы благодаря технологии графического анализа, которая подробно разбирается, в своих сущностных моментах, далее.

Теперь я вкратце опишу, что привело меня к формулированию понятия "Знаниевое ядро математики" (ЗЯМ) с точки зрения психологической. Поскольку ко мне приходили дети (5–11 классы, студенты первокурсники), которые испытывали трудности со школьной программой (как правило, очень серьезные) и такие, на которых в школе уже не смотрят, и эти трудности были однотипны, то достаточно ясно выявился их характер и причины появления.

Сущность проблем с математикой у школьников и студентов я уже описал выше: это, **прежде всего**, отсутствие алгебраической и вычислительной техники, базирующейся на арифметике и алгебре 7 класса. А вот причины... — Причины возникновения этих трудностей— они, в полной мере, стали ясны лишь в ходе ликвидации пробелов. Мои ученики понимали, что сами они абсолютно не в состоянии справиться со своими затруднениями, зачастую попросту испытывали страх: "я никогда этого не пойму, не смогу...". Отношение к предмету было, в лучшем случае, индифферентное. Единственным побудительным стимулом являлось желание хоть немного уменьшить кошмар непонимания, как-то закончить школу, сдать экзамены по матанализу или дифуравнениям...

Но через 8–15 занятий арифметикой (3–6 классы, **самая трудная и утомительная часть**) они начинали четко понимать смысл дроби и действий с дробными числами как целыми, — только с другой масштабной единицей; научились работать с отрицательными числами и видели: откуда возникают правила действий с ними; в первом приближении, начинали грамотно считать и контролировать себя. А затем, еще за 8–15 занятий (в зависимости от возраста и индивидуальных особенностей) овладевали базовой техникой алгебраических выкладок. И вот с этого момента их отношение к себе, своим возможностям, резко менялось (точнее, эти изменения начинали происходить после 3–5 занятий алгеброй, и ещё ранее — как только в арифметике овладевали сложением/вычитанием дробей): они начинали чувствовать, что "все могут", все им по силам (это не означает, что все они поголовно "загорались" математикой. Вовсе нет, да и цель ставилась совсем иная: сформировать знаниевое ядро математики «Дробь»).

Что же происходило? В сущности, ничего особенного. Просто в течение очень короткого промежутка времени (~ 1–2 месяцев) они научились **относительно** грамотно считать; увидели, что загадочные дроби, в общем-то, — это: смысл дроби и основное свойство; поняли, что действия с отрицательными числами — совершенно естественны, если исходить из методического приема Р. Петер ("Игра с бесконечностью", стр. 92-94). И, что очень важно, "почувствовали" смысл действий: *вычитания* — как нахождения неизвестного слагаемого и *деления* — как нахождение неизвестного множителя.

То же самое происходило в Алгебре-7: смысл центрального понятия — степени, пять правил действий со степенями и 5(7) формул сокращенного умножения, осознание "главной" формулы школьной алгебры — разности квадратов, и "знаменитый" принцип: вынесение
(–1) (минус единицы).

И все это очень быстро! Так, что возникало ВИДЕНИЕ единого "поля арифметики" и практически осознавалось, что "вся алгебра — это пять правил и пять формул".

Л. Д. Ландау писал одному из своих корреспондентов: "Главное, чем надо овладеть, — это **техникой** работы, а понимание тонкостей само придет потом." И еще (это уже А. Ливанова): "Степень этого владения должна быть такой, чтобы математические затруднения по возможности не отвлекали внимание теоретика от физической сущности задачи — по крайней мере там, где речь идет о **стандартных** (всё выделено мной. — В. Х.) математических приемах. Это может быть достигнуто лишь достаточной математической тренировкой." (I, стр. 235).

Вывод был очевиден и едва ли не тривиален: психологическое состояние учеников менялось потому, что они *быстро* овладевали базовыми понятиями: арифметические действия, смысл дроби, отрицательные числа, степень и, *параллельно*, **техникой** арифметических вычислений и алгебраических преобразований. Отмечу, что внешняя "тривиальность" вышесказанного отнюдь не умаляет его глубокой практической важности.

Вот эти соображения и привели к понятию знаниевого ядра, причем, по необходимости, повторюсь, как понятию эмпирическому.

2. Знаниевое ядро математики (ЗЯМ)

Опыт работы учителя говорит ему, что его деятельность лишь тогда успешна, когда знания, которые он пытается передать своим ученикам не хаотичны и несвязанны друг с другом, а концентрированы в совокупность очень небольшого числа базовых понятий и отношений между ними. Вот эту-то совокупность, своего рода "свернутую структуру" базовых понятий и отношений я и буду называть знаниевым ядром. К этому *обязательно надо добавить и* ***свободное владение техникой стандартных вычислений и преобразований***.

Для чего понадобилось понятие знаниевого ядра? Дело в том, что ЗЯМ — отражение сверхважного факта в процессе обучения, а именно: отчетливо выявляется **иерархическая структура** любого знания. Отчетливо выявляется неравноценная значимость любого знания, его "**нелинейность**". Если удалось сформировать ЗЯМ, то все остальные знания данной области уже просто "*нанизываются*" на него, просто идет процесс расширения и углубления связей этого знания — не более того. Иными словами: если знаниевое ядро возникло в совершенной отчетливости понятий и связей (разумеется, в той мере, которая доступна данному возрасту!), то нет *принципиально непреодолимых* трудностей на пути расширения и углубления знания.

Достаточно известные положения. Но педагогическая практика со всей очевидностью свидетельствует о том, что подавляющая масса учителей даже не задумывается о том, что 99% проблем их учеников связаны как раз с тем, что они — учителя! — не позаботились о формировании знаниевого ядра своих учеников, не позаботились о четком выявлении иерархии содержания предмета.

В результате — категоричный приговор: не знает, не умеет. И даже — не способен!

Кроме того, если коснуться проблемы мотивации (а ведь хорошо известно, что ребенок, заинтересованный в предмете, легко преодолевает все трудности. — Правда, при наличии ЗЯМ), то эмпирика опять-таки выявляет еще один важнейший аспект ЗЯМ: если знаниевое ядро возникло, то легкость освоения дальнейших знаний побуждает ребенка к занятиям данным предметом. В свою очередь, накапливающееся знание — не на уровне запоминания, а на уровне *углубления понимания*! — приводит к усилению мотивации. И так до тех пор, пока количество не перерастет в качество. Накопившееся и прозрачное в своих связях знание , как правило, приводит к страстной заинтересованности предметом. И интерес "знать и уметь" превращается часто в жизненную потребность самореализации, в стремление: превратить интерес в деятельность.

Этот второй и, пожалуй, важнейший аспект ЗЯМ является конкретным отражением анохинского принципа: "Если деятельность системы заканчивается полезным в каком-то отношении результатом, то взаимодействие компонентов системы всегда будет протекать по типу их взаимодействия, направленного на получение результата." (II, стр. 78)

Таким образом можно сказать, что ЗЯМ — это еще и технически осуществимая возможность осознания и формирования цели саморазвития, поскольку **исчезают непреодолимые трудности** на пути её осуществления.

Для учителя же сосредоточение на ЗЯМ (а не на "передаче" безликих знаний), даст ему возможность попытаться "сформировать" доминирующую мотивацию ученика. Ту самую, которая — по словам Л. Божович — "является пружиной мотивации личности".

В следующей статье я конкретизирую практическое применение понятия ЗЯМ.

3. Математика — как язык

Если, следуя Г. Галилею, признать: математика — это язык природы, — то при всей очевидной внешней простоте этого глубочайшего положения, мы придем к совершенно неожиданным выводам, крайне значимым в конкретике школьного — *именно школьного*! — преподавания математики.

В чем основная сложность овладения этим предметом? Обычно говорят: математика доступна только тем, у кого развито абстрактное мышление. Даже идут много дальше, ссылаясь на особые способности якобы необходимые для овладения математикой. Говорят, что сложность ее изучения обусловлена ее логической природой и строгостью самой логики.

Но посмотрим на реалии жизни. В информационную эпоху в США, например, в 90-х годах требовалось ~ 300 000 математиков. И потребность в них нарастала в последние десятилетия так, что их количество каждые 10 лет удваивалось, если не утраивалось.

Давно прошли времена, когда математика требовалась только ученым и инженерам (ну и самим математикам, разумеется). Нынче почти ни один грамотный специалист **в гуманитарной области** будь то экономика, социология, психология или лингвистика etc, просто не в состоянии обойтись без высокой математической подготовки (элементарный матанализ — по определению Н. Лузина — в пределах 2-х курсов технического университета, теория вероятностей, статистические методы обработки информации ...).

Если исходить "из способностей", "из уровня абстрактного мышления", то мы должны прийти к выводу, что дальнейшее развитие цивилизации невозможно (в самом деле, ну где ж напасешься особо способных да одаренных, когда природа производит их в 5%-м количестве!).

Но вот если принять *концептуальное положение*: "**Математика — это язык**", то достаточно будет вспомнить расхожую фразу: "Даже самый тупой француз довольно прилично говорит по-французски".

И действительно: разве французский язык, как, впрочем, и любой другой, не является стройной логической системой? — Грамматическое управление языковыми конструкциями, семантическая и синтаксическая сочетаемость, воплощение и выделение сложных смысловых "блоков" особенно характерная для "чистого языка" — поэзии!

Это о сходстве языка и математики как языка.

Теперь — о различиях.

Математика ***проще*** любого языка потому, что ее семантика и ее грамматика, выраженные в понятиях, логических связях и отношениях, значительно проще языковых. Прежде всего еще и в силу строгой однозначности, гораздо меньшего, минимально необходимого "словарного запаса" основных понятий (само собой, имеется в виду школьная математика и вузовская в объеме первых двух курсов).

Но в силу этой же большей однозначности, она и ***сложнее*** языка: требуется *безукоризненное* владение min-й грамматикой.

К тому же — еще о сложности, связанной с однозначностью: в естественных языках помимо min-й грамматики уже словарного запаса в 600-900 слов достаточно, чтобы объясняться. Но в силу семантической неоднозначности и широкого объема каждого понятия речь может строиться крайне безграмотно, и тем не менее — она будет понятна.

В математике, основанной на логике "Верно — Неверно", подобная безграмотность речи, увы, непозволительна. Однако, для **99,99%** людей-специалистов, математика интересна — прежде всего! — с точки зрения умения говорить на этом языке, владения этим языком, использования этого языка для конкретных прикладных целей, а отнюдь не с точки зрения "лингвистики" — тонкого и глубокого знания математики "самой по себе", что интересно лишь для математиков-профессионалов.

Довольно очевидным образом следует вывод: каким-то образом мы должны упорядочить школьную — *еще и еще раз: именно школьную*! — математику, а не просто давать некий спектр знаний.

Что же может послужить стержнем, *системообразующим* фактором такой упорядоченности? Несомненно — тот полезный результат (пользуясь терминологией теории функциональных систем П. Анохина), который мы хотим получить "на выходе".

Если проанализировать, какие основные *технические* навыки крайне необходимы при изучении дифференциального и интегрального исчислений в университете, то выявится следующая их совокупность:

1. таблицы сложения и умножения (!) — 1–2 классы;
2. грамотная и быстрая работа с дробями 5–6 классы;
3. операции с отрицательными числами — 6-й класс;
4. вынесение общего множителя (в различных формах), разложение на множители, и вообще — алгебраическая техника Алгебры-7 — 7-й класс;
5. умение работать со степенями, особенно с дробными показателями (быстро, правильно, в уме) — 11-й класс (но на самом деле — основа — всё тот же 7-й класс!);
6. самоконтроль (владение методами самоконтроля и наличие *долговременной практики* в этом)!

Только один пункт (4) связан с базовой алгеброй 7 класса. Остальные — арифметика!

Мне могут резонно заметить: но это же так очевидно, подразумевается, само собой. Это попросту тривиально!

Отвечу: *было бы* тривиально, если бы мы имели школьников и, тем более, студентов с добротной арифметической и алгебраической подготовкой. К сожалению, опыт достаточного числа преподавателей высшей школы свидетельствует как раз об обратном (не говоря уж о средней школе). И если бы это касалось только математики!

Осмелюсь утверждать, что вышеназванный небольшой перечень основных — повторюсь — технических навыков (которые, разумеется, не исчерпывают всю необходимую математическую технику средней школы) составляет ~ **90**% всех необходимых для освоения высшей математики. Остальные **10**% приходятся на понимание таких основополагающих понятий, как: модуль, радикал, радиан и логарифм. Сюда же относится умение работать с уравнениями, системами, неравенствами.

На этом примере явственно видна всем известная, но — как ни странно! — мало кем понимаемая (*в прикладном, практическом смысле*) важность арифметики *как техники грамотного и быстрого счета* (**прежде всего — грамотного!**).

Учителя начальной школы не задумываются об этом в силу того, что их учеников и их самих отделяют семь лет, стоящих между начальной школой и университетом. Учителя средней школы просто-напросто не имеют возможности заниматься ликвидацией арифметических пробелов. Преподаватели университетов... Но простите! — Университетский преподаватель вправе рассчитывать на грамотных студентов.

Но мало осознать важность арифметической подготовки и иерархии ее целей. Откуда-то нужно взять время на их реализацию — и в рамках существующей школьной программы. Откуда? Вот здесь и приходит на помощь технология "Графического анализа" (название мое). Что это такое?

Несколько лет назад где-то мне довелось прочесть, что за десять лет обучения в школе ученик решает порядка ~ 2000 текстовых задач. Результат же общеизвестен. Практически — нулевой.

Поскольку я связан объемом данной работы, то ограничусь только изложением сущности графического анализа в применении к начальной школе; и только сокращенной главой из книги "Задача? — Это очень просто!", относящейся исключительно к действию сложения.

Вся арифметика преподносится ребенку как единое "поле арифметики", которое состоит из:

1. Одно действие — сложение.
Два основных понятия: сумма и слагаемые.
Два основных соотношения: "Больше НА" (столько-то) и "Больше В" (раз).

2. Основные понятия — сумма и слагаемые — переводятся в естественную графику. Например, простейшая текстовая задача 1 класса:

На одной тарелке 5 яблок,
на другой — 3 яблока.
Сколько яблок на обеих тарелках?

сначала не решается, а рисуется.

a. Всего

Сумма

В=?

b. Слагаемые $\boxed{5я}$ $\boxed{3я}$

c. Вводятся естественные "псевдоиксовые" обозначения слагаемых: T_1, T_2 (T_1 — тарелка 1, T_2 — тарелка 2).

d. Рисуется "заполненная" сумма соответствующих слагаемых:

T_1 T_2

$\boxed{5я}$ $\boxed{3я}$

Всего = ? $\boxed{В=?}$

e. Естественным образом из интуитивно ясного понятия суммы появляется уравнение в общем виде:
$В = Т_1 + Т_2$

f. И только потом проводятся вычисления в традиционной записи:

В = 5я + 3я

3. По отдельности отрабатываются задачи только на сложение, вычитание, умножение и деление по циклам задач, выстроенных совершенно определенным образом.

Замечу, что в рамках данной работы, я совершенно не касаюсь текстовых задач средней школы: "на движение", "совместную работу", "смеси и сплавы".

Не будем забывать о том, что "Понятие о том, что такое сложение возникает из таких простых фактов, что они не нуждаются в определении и не может быть определено формально... Часто даются "определения" вроде таких: "сложение есть действие, посредством которого несколько чисел соединяются в одно", или "действие, посредством которого находится, сколько единиц содержится в нескольких числах вместе". Но тот, кто не знал бы, что значит "сложить", не знал бы и что такое "соединить числа", так что все подобные "определения" сводятся лишь к замене одних слов другими." (III, стр. 67)

Это действительно так. Но перед нами совсем маленькие дети — начальная школа. Поэтому, думается, не будет большим грехом против математической строгости, если мы в полной мере будем опираться на интуитивно ясное ребенку понятие суммы как числа единиц, содержащихся в слагаемых.

Эта работа была опубликована в 2002 г. в «Известиях Южного отделения РАН», благодаря поддержке — светлая Ей память! — Е.В.Бондаревской.

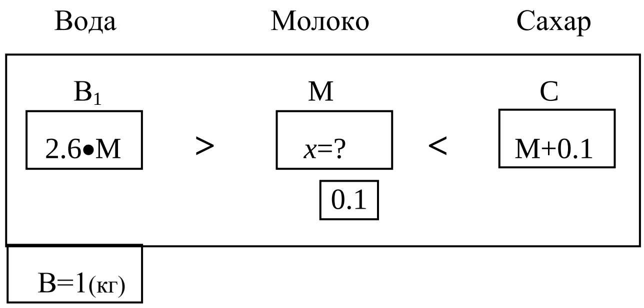
Пользуясь возможностями интернета, я сократил тогдашнюю статью, но теперь могу предложить подробно ознакомиться с технологией ГрафАнализа на **Youtube https://www.youtube.com/channel/UCtFqLay38Vut5hPoZsv7Veg**, обучающие видеоуроки (главы книги: сложение, вычитание, умножение).

Хотелось бы подчеркнуть значимость использования ГрафАнализа в 5-ом и, особенно, в 6-ом классе, когда главной задачей становится: сформировать $ЗЯМ_2$ «Дробь». Мы не будем "бороться" с задачами, совершенно тождественными по своей логической структуре задачам начальной школы. Задача будет **конструироваться** (ГрафАнализ — это конструктор решений арифметических задач, в чём вы убедитесь, просмотрев видеоуроки) за пару минут. И мы займёмся самым главным — работой с дробями.

Теперь текст экзаменационной задачи 9 класса.

Для приготовления одного килограмма мороженого берут молока в 2.6 раза *меньше*, чем воды, а сахара — на 0.1 килограмма *больше*, *чем* молока. Сколько нужно взять молока, чтобы получить один килограмм мороженого?

Графика



I. "*Восприятие*" (и, одновременно, первичный анализ: слагаемые, отношения) задачи

---

(1) Всего = Вода + Молоко + Сахар
($B = B_1 + M + C$)

a. Уравнение в "сверхобщем" виде возникает само собой, буквально — *считывается* с графики;

b. Естественная последовательность действий, сводящаяся в данном случае к одному, ибо записывая неравенства соотношений **в виде формул**, два действия мы, в общем виде, выполняем автоматически (см. *содержимое* слагаемых "B_1" и "C").

c. "x" — неизвестная величина — как *содержимое* одного из *смысловых* слагаемых (обозначений).

II. *Математическое осмысление* (и, одновременно, формирование уравнения *в смысловых— очевидных* терминах).

---

(2) 1 (кг) = 2.6•M + M + (M + 0.1)

Далее, элементарное приведение подобных.

III. *Формализация задачи* (ур-е (1) превращается в решение — ур-е (2) путем извлечения отношений между величинами как *содержимого* соответствующих слагаемых.

Стандартный подход (примерно):

x — молоко
y — вода
z — сахар

$y = 2.6 \bullet x$
$z = x + 0.1$

(3) $x + y + z = 1$
(4) $2.6 \bullet x + x + (x + 0.1) = 1$

IV. На первый взгляд ур-я (3) и (1) (4) и (2) ничем не отличаются. Но какая гигантская разница в степени *легкости* осмысления и *формализации* задачи! Особенно заметно это на задачах уровня вступительных экзаменов, например, в МГУ.

Если мы заменим дроби целыми числами, то **третьеклассник** легко **НАРИСУЕТ** решение этой задачи средствами графического анализа (идея подобных: можно складывать яблоки и яблоки, но никак не яблоки с тракторами — усваивается легко, хотя этот вопрос, конечно же, требует проработки). Мы видим, что задача такого уровня не представляет никакого интереса и не имеет ни малейшей ценности, **главное — правильно посчитать**!

Собственно, для 9 класса это вообще не задача!

Однако, найдется немало девяти-, десяти- и даже одиннадцатиклассников, которые с ней не справятся.

Мне не хотелось бы, чтобы сложилось впечатление будто я упрекаю школу или обвиняю учителей. Очевидно, что работать с одним учеником или с целым классом **разноуровнево** подготовленных детей — **разница принципиальная**.

Я хотел только сосредоточить внимание своих коллег на самой сути, на мой взгляд, проблем в преподавании математики в школе. Это, во-первых.

А во-вторых, попробовать убедить их в том, что, изменив точку зрения на цели преподавания школьной математики, **сформулировав для себя результаты**, которые мы хотим получить, исходя из приоритета владения математической техникой для дальнейшего вузовского образования (но прежде всего — овладения школьной математикой как базой!), и сформировав ключевые понятия школьной математики как основу знаниевых ядер, мы могли бы много достичь уже сейчас, в рамках существующих программ.

Посмотрим, какие возможности откроются, какие резервы времени появятся, если нам удастся избавиться от *разноуровневого* владения вычислительной и алгебраической техникой.

Используя технологию графического анализа, мы **на порядок** понизим число задач в начальной школе, а вот решать на каждом уроке будем в 2-3 раза больше, и без всякого сверхнапряжения.

За счет высвободившегося времени мы сможем резко увеличить объем **вычислительной практики** на протяжении 2-3 классов.

А если мы добьемся **грамотного** и быстрого счета на выходе начальной школы, то учитель в пятом классе получит возможность отрабатывать понятие дроби и действий с дробями, и на очень хорошем уровне будет продолжать наращивать вычислительную технику *всего* класса.

Если посмотреть с точки зрения ключевых понятий, то, обобщенно, можно выстроить следующую временную цепочку:

5-6 классы: дробь — отрицательные числа;

6-7 классы: отрицательные числа — 5 правил действий со степенями и 5(7) формул сокращенного умножения $\Leftrightarrow$ алгебра-7;

7-8 классы: алгебра-7 — модуль, радикал;

8-9 классы: радикал;

10 класс: радиан, базовая тригонометрия;

11 класс: дробные показатели, логарифм (при наличии высокого уровня вычислительной и алгебраической техники дробные показатели не представляют проблем).

То есть в каждом классе — **одно-два ключевых понятия**, составляющих содержание соответствующего знаниевого ядра, и целый год между ними для наращивания техники вычислений и преобразований.

А уравнения, неравенства, системы? Но разве при хорошей технике и глубоком владении ключевыми понятиями это проблема!

Конечно, это в идеале. Требуется переосмысление целей школьной математики.

Но если мы сможем после начальной школы получить достаточно однородный, *по уровню вычислительной техники,* класс, то, в первом приближении, думается, сможем использовать высвободившееся время уже сейчас.

И поскольку **все основные затруднения** школьной математики уходят своими корнями **в начальную школу**, то, в заключение, еще раз об арифметике.

Но сначала несколько слов вот о чём, возвращаясь к началу.

"… сущность проблем с математикой у школьников и студентов… это, прежде всего, отсутствие алгебраической и вычислительной техники…"

Добавлю: 90% всей математики — это Алгебра-7. А в ней, в свою очередь, 99% (если не все 100!), составляет арифметическая техника.

Какую бы задачу мы ни решали, конечный результат — число: 2*2=5 — 2 балла, 2*2=4 — 5 баллов (но это — школа, а если в реальной жизни, работе?!).

И вот тут сошлюсь.

В 2005 г. в Ростовском институте усовершенствования учителей мне было сказано: "А почему вы решили, что основной задачей начальной школы (цитата) является: грамотно считать, писать и читать? Основная задача начальной школы — научить детей учиться".

Прошло 12 лет!

Выясняется, что дети не только плохо считают, но и плохо читают. А благодаря рабочим тетрадям — и плохо пишут.

Сейчас я дам примерчик из "Сборника задач по элементарной математике", Н.П.Антонова, М. 1968 (пособие **для самообразования**, интересующиеся могут найти и посмотреть).

Но сначала — цитата из предисловия:

"Настоящее пособие предназначено для лиц **с незаконченным средним образованием** (выделено мной. — В.Х.)" или окончивших школу давно и готовящихся к поступлению в вузы".

Так вот, не суперсложный пример для самообразования (№14, с. 14):

$$\frac{\left(58\frac{4}{15}-56\frac{7}{24}\right):0{,}8+2\frac{1}{9}\cdot 0{,}225}{8\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{5}}$$

(замечу, без отрицательных чисел, сейчас 6-й класс, 3-я четверть)

Ежели этот пример дать в ОГЭ или ЕГЭ — **многие** его не одолеют!

Эту тему — арифметической техники — я продолжу в следующей статье о знаниевых ядрах математики.

А теперь — завершаю.

Весь класс чисто арифметических задач, то есть тех, где используются только четыре арифметических действия и отношения "больше-меньше" — *полностью алгоритмизируем*. Алгоритмизируем именно в смысле программирования: алгоритм как набор инструкций, следуя которым мы неизбежно приходим к однозначному результату. И с этой точки зрения арифметические задачи не учат никакому особому математическому мышлению. Но по той же причине полной алгоритмизируемости, они превосходно решаются средствами графического анализа и выпукло проявляют свою сущность: "Вся арифметика — только одно действие: сложение. Два основных понятия: сумма и слагаемые. Два отношения: "Больше на" и "Больше в". Это-то и составляет главную *методическую* ценность класса арифметических задач! Но разница между методической и математической ценностью данного класса задач заставляет нас прийти к выводу о несоразмерной — *по отношению к целям* школьного математического образования — количестве и качестве этих задач.

Практика показывает, что при индивидуальных занятиях требуется порядка 20 занятий, чтобы третье- пятиклассник овладел всем классом арифметических задач. Далее нужно только "поддерживать технику". Отсюда вывод: необходимо менять дидактическую базу начальной школы, особенно в третьем классе, и высвободившееся время посвящать развитию навыков ***быстрого и грамотного*** **счета**! Что, в свою очередь, влечет за собой дидактическую задачу построения серий упражнений на отработку методов рационального счета, разработку приемов *видения* числа как суммы и методическую задачу **способов самоконтроля** при проведении вычислений.

Одним словом, применение средств графического анализа повлечет за собой значительную дидактическую и методическую перестройку курса математики начальной школы. И здесь, разумеется, возникнет трудная проблема психологической готовности учителей к такой перестройке. Если мы не обеспечим учителей разработанными дидактическими материалами и подробными методическими рекомендациями (что само по себе может возникнуть только в дальнейшей **экспериментальной работе в школе**), то, по опыту прежних лет—внедрения всех и всяческих новаций без грамотной "технической поддержки" — результат, наверняка, будет в лучшем случае минимальный; в худшем — удручающим.

И последнее. Свободное владение техникой нам нужно **лишь для того**, чтобы ребенок не тратил время **на ее преодоление**. Чтобы *техническое несовершенство* не *становилось непреодолимым барьером* на пути познания. Как учитель музыки терпеливо и методично, изо дня в день, учит будущего музыканта правильной постановке рук, тонкостям исполнения (технике!), так и учитель математики должен максимально облегчить путь овладения инструментарием математики и действительно превратить ее **в язык**, на котором ученик будет говорить свободно и грамотно.

Литература

I. Ливанова А., "Ландау", М., "Знание", 1983

II. Анохин П. К., "Философские аспекты теории функциональной системы", М., "Наука", 1978

III. Выгодский М. Я. "Справочник по элементарной математике", М., "ФМ", 1962

IV. Пойа Д. "Как решать задачу", Львов, журнал "Квантор", 1991