Приложение 2

Глава I Все арифметические действия
Понятия, определения, термины

Сложение

Определение

Действие, заключающееся **в нахождении суммы** двух данных чисел, **называется сложением** (на самом деле сложение — это первичное, неопределимое понятие).

Лексика

Числа, которые складываем, называются **слагаемыми**.
Результат сложения называется **суммой**.

Законы сложения

$a + b = b + a$ – *переместительный* (*коммутативный*),
$a + (b + c) = (a + b) + c$ – *сочетательный* (*ассоциативный*).

Вычитание

Определение

Действие, заключающееся в нахождении **неизвестного слагаемого** (по известной сумме и другому известному слагаемому) называется **вычитанием**.

Лексика

слагаемые				**сумма**
5	+	3	=	8
8	–	3	=	5
8	–	5	=	3
уменьшаемое сумма		**вычитаемое** слагаемое		**разность** слагаемое

Число, из которого вычитаем, называется **уменьшаемым**.
Число, которое вычитаем, называется **вычитаемым**.
Результат вычитания называется **разностью**.
Видим: уменьшаемое — это сумма, вычитаемое и разность — это слагаемые.

Свойства вычитания

1. Вычитание **числа** из суммы:
$(a+b)-c=(a-c)+b=(b-c)+a, \quad a, b \geq c.$
2. Вычитание **суммы** из числа:
$a-(b+c)=a-b-c=(a-b)-c=(a-c)-b, \quad a \geq b+c.$

Умножение

Определение

Умножением (на натуральное число, большее единицы) будем называть действие, заключающееся в нахождении **суммы** нескольких **равных слагаемых.**

Лексика.

$3 \times 4 = 12 \qquad 3+3+3+3=12$

3 — повторяющееся слагаемое — называется **множимым**.
4 — количество равных слагаемых — **множителем**.
12 — вычисленная **сумма** (результат умножения) — называется **произведением**.
Множимое и множитель называются **сомножителями** или просто **множителями**.
(говорят также: произведение трёх и четырёх, то есть термин обозначает не только результат умножения, но и само действие)

Законы умножения

$a \bullet b = b \bullet a$ – *переместительный* (*коммутативный*),
$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c$ – *сочетательный* (*ассоциативный*),
$(a + b) \bullet c = a \bullet c + b \bullet c$ – *распределительный* (*дистрибутивный*).

Деление

Определение
Действие, заключающееся в нахождении **неизвестного множителя** (по известному произведению и другому известному множителю), называется **делением**.

множители				**произведение**
5	•	6	=	30
30	:	6	=	5
30	:	5	=	6
делимое произведение		**делитель** множитель		**частное** множитель

Лексика

Число, которое делим, называется **делимым**.
Число, на которое делим, называется **делителем**.
Результат деления называется **частным**.
Видим: делимое — это произведение, делитель и частное — это множители.

Глава II Натуральные числа
Таблица основополагающих терминов и их взаимосвязи

		Таблица
Основные термины и их связи		
Действие	**Члены**	**Результат**
Сложение	**Слагаемые**	**Сумма**
Вычитание	**Уменьшаемое** **Вычитаемое**	**Разность**
Умножение	**Множители**	**Произведение**
Деление	**Делимое** **Делитель**	**Частное**

Глава III Обыкновенные дроби

Определение
Доли — **равные** части целого (**единицы**).
Дробь (дробное число) — одна или несколько **долей**.

$$\frac{3 \leftarrow \textit{числитель}}{4 \leftarrow \textit{знаменатель}}$$

Число, стоящее **над** чертой, называют **числителем** дроби.
Число, стоящее **под** чертой, называют **знаменателем** дроби.

Знаменатель показывает, **на сколько** частей разделили целое (**единицу**).
Числитель показывает, **сколько** таких частей **взяли**.

Определение
Правильной дробью называют дробь, у которой числитель **меньше** знаменателя.
Неправильной дробью называют дробь, у которой числитель **больше или равен** знаменателю.

Эти дроби можно сравнивать «**по отношению к единице**» поскольку правильная дробь **меньше** единицы, а неправильная — **больше или равна** единице.

Дроби с одинаковыми числителями или знаменателями.

Если **знаменатели одинаковы**, то та дробь **больше**, у которой **числитель** больше (взяли больше одинаковых долей).

Если **числители одинаковы**, то та дробь **больше**, у которой **знаменатель** **меньше** (количество долей одинаковое, но доли **с меньшим** знаменателем — **крупнее**)

Определение
Простые числа — это числа, которые делятся **только** **на единицу** **и** **на себя** (имеют только два делителя).

Составные числа — делятся **ещё на что-то**, кроме единицы и себя (имеют более двух делителей).

Разложить число **на множители** — записать **в виде произведения** нескольких множителей.

Кратное данного числа **—** это число, **которое** делится на данное число**.**

Алгоритм нахождения НОК (наименьшее общее кратное, **при сложении/вычитании дробей** — наименьший общий знаменатель **НОЗ**)

Разложить числа **на простые** множители.
Взять **ВСЕ** множители чисел.
Каждый множитель взять **в максимальной степени** (с максимальным показателем).

Делитель числа — это число **НА которое** делится данное число (нацело).

Алгоритм нахождения НОД (наибольший общий делитель)

Разложить числа **на простые** множители.
Взять **ОБЩИЕ** множители чисел.
Каждый множитель взять **в минимальной степени** (с минимальным показателем).

Основное свойство дроби

Дробь не изменится, если **и** числитель, **и** знаменатель её умножить или разделить **на одно и то же число**.

В буквах записываем так:

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} - \textit{сокращение дроби,}$$
$$\frac{a}{b} = \frac{a \bullet n}{b \bullet n} - \textit{приведение дроби к новому знаменателю.}$$

Дополнительный множитель — число, на которое умножаем и числитель, и знаменатель при приведении дроби к новому знаменателю. Записываем над дробью:

$\frac{\breve{2}^{2}}{3}=\frac{4}{6}$; $\frac{\breve{2}^{3}}{3}=\frac{6}{9}$; $\frac{\breve{2}^{4}}{3}=\frac{8}{12}$; $\frac{\breve{2}^{30}}{3}=\frac{60}{90}$; $\frac{\breve{2}^{90}}{3}=\frac{180}{270}$.

Признаки делимости на 2, 5, 10; 3, 9; 4, 25.

Таблица 6

	Признаки делимости	Примеры
1.	На 2 **делятся числа, которые** оканчиваются чётной цифрой**, т.е. цифрой** 0, 2, 4, 6, 8.	**1**0**, 2**2**, 3**4**, 15**6**, 128**8
2.	На 5 **делятся числа, которые** оканчиваются **цифрой** 0 **или** 5.	**4**0**, 5**5**, 12**0**, 386**5
3.	На 10 **делятся числа, которые** оканчиваются **цифрой** 0.	**2**0**, 18**0**, 29**00
4.	**На 3 или 9 делятся числа, сумма цифр которых делится на 3 или 9.**	24**: 2 + 4 = 6.** **6 делится на 3, $\Rightarrow$ 24 делится на 3** 111**: 1 + 1 + 1 = 3.** **3 делится на 3, $\Rightarrow$ 111 делится на 3.** 495**: 4 + 9 + 5 = 18.** **18 делится на 9 (и на 3), $\Rightarrow$ 495 делится на 9 (и на 3).**
5.	**На 4 делятся числа, две последние цифры которых дают число, делящееся на 4.**	124**: 24 делится на 4, $\Rightarrow$ 124 делится на 4.** 1536**: 36 делится на 4, $\Rightarrow$ 1536 делится на 4.**
6.	На 25 **делятся числа, которые** оканчиваются **на** 00**,** 25**,** 50**,** 75**.**	**1**00**, 2**25**, 6**50**, 25**75**.**

Определение

Числа называются **взаимно простыми**, если у них **нет общих множителей** (точнее, только один общий множитель — единица), например, 9 и 8, 14 и 15.

Определение

Смешанная дробь — запись в виде единого символа **суммы** целой и дробной частей.

$1\frac{3}{4}=1+\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}=2+\frac{1}{4}$.

Выделением целой части из неправильной дроби называется **превращение** неправильной дроби в смешанную.

Обратный процесс называется **преобразованием смешанной дроби в неправильную дробь**.

Правило умножения дробей.

$\frac{a}{b}\bullet\frac{c}{d}=\frac{a\bullet c}{b\bullet d}$,

Чтобы **умножить** дробь на дробь, надо **отдельно** перемножить числители и **отдельно** — знаменатели дробей-множителей.

Как и для натуральных чисел, верны равенства:

$\frac{a}{b}\bullet 1=\frac{a}{b}$; $\frac{a}{b}\bullet 0=0$.

Определение

Два числа называются **взаимно обратными**, если их **произведение** равно **единице**.

Примеры взаимно обратных дробей:

$\frac{5}{7}$ *и* $\frac{7}{5}$; $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ *и* $\frac{3}{7}$; $3 = \frac{3}{1}$ *и* $\frac{1}{3}$.

Правило деления дробей

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \bullet \frac{d}{c}$.

Чтобы **разделить** одну дробь — делимое на другую дробь — делитель, надо **делимое <u>умножить</u>** на дробь, **<u>обратную</u> делителю**.

<u>Найти число по дроби и дробь по числу</u>

Часты задачи, когда, зная целое, нужно уметь находить его часть, указанную соответствующей дробью, и, наоборот, по известной части «восстанавливать» целое. Формулируются эти задачи так:

1. **Найти <u>дробь</u> (часть) от числа** (от Всего, от Целого) — **<u>прямая</u> задача.**
2. **Найти <u>число</u> по его части (дроби)** (Всего, Целое) — **<u>обратная</u> задача.**

Д • В = СД	**Д** — **дробь** (безразмерная величина), **В** — всего, **<u>содержимое</u> целого** («размерная» величина), **СД** — **<u>содержимое</u> дроби** («размерная» величина).

Глава IV Десятичные дроби

Определение

Доли $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \ldots$ называются **десятичными долями**.

Определение

Цифры, стоящие **после запятой**, называются **<u>десятичными знаками</u>**.

Определение

Дробь, **знаменатель** которой **единица с одним или несколькими нулями**, записанную с помощью десятичных знаков называют **<u>десятичной дробью</u>**.

<u>Правило сложения/вычитания</u> десятичных дробей (коротко):

Запятая под запятой, **разряд под разрядом** (одноимённые разряды).

<u>Правило умножения десятичных дробей</u>

1) умножить дроби **как натуральные числа**;
2) в полученном произведении **отделить запятой** справа налево **столько** десятичных знаков, **сколько их <u>в обоих</u> множителях <u>вместе</u>,**

Если цифр в полученном произведении **меньше** числа десятичных знаков **в обоих** множителях вместе, то к нему приписывают слева нули».

Умножение на 10, 100, 1000, … (10^n)

Чтобы умножить десятичную дробь на **10, 100, 1000** и т.д., надо **запятую** в этой дроби перенести **<u>вправо</u>** соответственно на 1, 2, 3 и т.д. цифры (так как при таком умножении число **увеличивается**).

Умножение десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001; … (10^{-n})

Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д., надо **запятую** в этой дроби перенести **<u>влево</u>** соответственно на 1, 2, 3 и т.д. цифры (так как при таком умножении число **уменьшается**)

Правило деление десятичных дробей

Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную дробь, **надо в делимом и делителе <u>перенести запятую вправо</u>** на столько десятичных знаков, **сколько десятичных знаков <u>в делителе</u>** (сделать делитель натуральным числом).

Проценты

Определение
Процентом называется <u>одна сотая часть</u>.

Обозначают процент знаком %.
Итак, по определению

$$1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01.$$

Нахождение процентов от числа

Пользуемся формулой $Д \bullet В = СД$.
Д(робь) — проценты и В(сего) — известны, надо найти СД (содержимое дроби — содержимое нескольких процентов).

В простых случаях устного счёта находим сначала **содержимое одного процента** — делим В(сего) на 100 (%), а затем — **умножаем <u>содержимое 1%</u> на число процентов <u>N</u>**, т.е пользуемся формулой $\frac{В}{100} \bullet N = СД$.

Нахождение числа по его процентам

Пользуемся формулой $Д \bullet В = СД$.
Д(робь) — проценты и СД (содержимое дроби, нескольких процентов) — известны, надо найти В(сего) (содержимое целого, содержимое 100 процентов). Из нашей формулы имеем $В = \frac{СД}{Д}$.

В простых случаях устного счёта находим **содержимое одного процента** — делим данное число на количество процентов N, а затем **умножаем <u>содержимое 1%</u> на 100**.

Глава V Отрицательные числа

Определение
Координатной прямой называется **прямая**, на которой выбрано **начало отсчёта** (точка «ноль»), **единица измерения** (масштаб: 1 см, 1 км, …) и **направление** (обозначается стрелкой).
Направление, **указанное стрелкой**, считают **положительным**, а ему **обратное — отрицательным**.

Определение

Модулем числа называется **расстояние** от начала отсчёта.
Модуль **всегда неотрицателен** (расстояние не может быть отрицательным!).

Правила арифметических действий

Сложение

Чтобы сложить числа **одного знака**, надо **<u>сложить</u>** их модули и взять их **общий** знак.
Чтобы сложить числа **разного знака**, надо из большего модуля **<u>вычесть</u>** меньший и взять знак **большего по модулю** числа.

Умножение/деление

При умножении/делении чисел **одного знака**, умножаются/делятся их модули и берётся **знак «плюс»**.

При умножении/делении чисел **разного знака**, умножаются/делятся их модули и берётся **знак «минус»**.