

Приложение 1

Лист обследования

1. Переход через первый десяток — таблица сложения/вычитания (1–2-х значные \pm \pm 1-но значные) — обязательно устно.

$7 + 4$	$9 + 5$	$7 + 6$	$6 + 9$	$12 - 7$	$15 - 9$	$15 - 9$	$11 - 5$
---------	---------	---------	---------	----------	----------	----------	----------

2. Переход через десяток сложение/вычитание (2-х значные \pm 1-но значные) — обязательно устно.

$65 + 8$	$26 + 5$	$56 + 7$	$39 + 8$	$78 - 9$	$41 - 8$	$93 - 7$	$61 - 5$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

3. Поразрядное сложение/вычитание без перехода через десяток (2-х значные \pm \pm 2-х значные) — обязательно устно.

$33 + 54$	$67 + 32$	$15 + 73$	$45 + 34$	$75 - 34$	$97 - 41$	$89 - 60$	$95 - 35$
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

4. Переход через десяток — сложение — без перехода через сотню (2-х значные $+$ $+$ 2-х значные) — обязательно устно.

$48 + 13$	$26 + 37$	$36 + 45$	$18 + 75$
-----------	-----------	-----------	-----------

5. Переход через десяток — вычитание — (2-х значные $-$ 2-х значные) — желательно устно.

$41 - 15$	$54 - 17$	$72 - 23$	$73 - 58$	$65 - 47$	$45 - 16$	$87 - 58$	$43 - 25$
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

6. Письменное сложение/вычитание «в столбик» (в пределах тысячи).

$89 + 567$	$608 + 298$	$432 - 43$	$608 - 299$
------------	-------------	------------	-------------

7. Сложение/вычитание чисел с нулями на конце — первые 5 — обязательно устно.

$200 + 8$	$200 + 80$	$200 + 700$	$970 - 70$	$970 - 900$	$300 - 145$	$400 - 29$	$900 - 8$
-----------	------------	-------------	------------	-------------	-------------	------------	-----------

8. Прочитать числа (начиная с 5-го класса).

735 882, 3 358 201, 480 090 019, 3 419 845 099

107 009, 4 308 001, 400 090 019, 807 004 025 001

9. Таблицы умножения/деления — обязательно устно.

$24 : 3 =$	$\cdot 2 =$	$2 \cdot 9 =$	$: 3 =$	$24 : 3 =$	$\cdot 4 =$	$6 \cdot 3 =$	$: 9 =$	$4 \cdot 3 =$	$: 6 =$
$28 : 7 =$	$\cdot 3 =$	$14 : 2 =$	$\cdot 3 =$	$8 : 4 =$	$\cdot 2 =$	$12 : 4 =$	$\cdot 2 =$	$32 : 8 =$	$\cdot 9 =$
$4 \cdot 2 =$	$\cdot 3 =$	$36 : 9 =$	$\cdot 3 =$	$45 : 5 =$	$\cdot 4 =$	$30 : 5 =$	$\cdot 6 =$	$50 : 5 =$	$\cdot 6 =$
$45 : 5 =$	$\cdot 3 =$	$40 : 10 =$	$\cdot 6 =$	$27 : 9 =$	$\cdot 8 =$	$40 : 5 =$	$\cdot 4 =$	$32 : 8 =$	$\cdot 5 =$
$5 \cdot 7 =$		$7 \cdot 8 =$		$9 \cdot 7 =$		$7 \cdot 6 =$		$6 \cdot 9 =$	
$70 : 7 =$	$: 5 =$	$\cdot 9 =$	$60 : 10 =$	$: 2 =$	$\cdot 8 =$	$80 : 10 =$	$\cdot 4 =$	$: 8 =$	

10. Умножение чисел с нулями на конце — обязательно устно.

$30 \cdot 5$	$4 \cdot 20$	$200 \cdot 4$	$2 \cdot 500$	$60 \cdot 20$	$300 \cdot 70$
--------------	--------------	---------------	---------------	---------------	----------------

11. Деление чисел с нулями на конце — обязательно устно.

$90 : 3$	$100 : 2$	$600 : 2$	$1000 : 5$	$400 : 20$	$800 : 200$	$1000 : 10$	$1000 : 100$
----------	-----------	-----------	------------	------------	-------------	-------------	--------------

12. Письменное умножение и деление «в столбик».

$54 \cdot 8$	$6 \cdot 79$	$367 \cdot 23$	$75 \cdot 870$	$87 : 3$	$468 : 3$	$432 : 4$	$540 : 15$	$7245 : 23$
--------------	--------------	----------------	----------------	----------	-----------	-----------	------------	-------------

13. Арифметические действия с десятичными дробями — письменно, «в столбик» (начиная с 5-го класса).

$1,52 + 2,97$	$3,584 - 1,5$	$3,5 - 2,581$	$2,08 - 2,99$
$3,2 \cdot 0,52 =$	$123,2 : 4$	$0,6 : 8$	$34,153 : 17$

Инструкция к листу обследования.

Всем, что включено в лист обследования, ребенок **должен владеть великолепно**.

Особенно важны п. 1 и п. 9 — таблицы сложения/вычитания и таблицы умножения/деления. Эти таблицы нужно знать по принципу «среди ночи разбуди»!

Работа по всем пунктам, которые требуют устного счета, идет так.

Ребенку **говорят** о том, что все числа и действия очень просты, и просты именно потому, что владеть ими нужно безукоризненно. Чтобы это проверить, времени на каждый пример (на «размышление» — т. е. на то, чтобы вспомнить таблицы или посчитать) дается «полсекунды» для того, чтобы он сам — ребенок — увидел в чем его «проколы». Если времени в одну-три секунды не хватает для выдачи результата, то соответствующий пример помечается.

Внимание.

Ребенок должен результаты **произносить вслух**, но ни в коем случае **не проговаривать** условие примера. И об этом ему **обязательно нужно сказать**, сославшись на то, что на самом деле, произнося условие, он в этот момент «лихорадочно» вспоминает таблицы.

По паузам в ответах не только вы, но и — главное! — сам ребенок должны увидеть, что, казалось бы, давно известные вещи типа таблицы умножения, которыми он, как ему казалось, отлично владеет, на самом деле содержат «проколы».

Повторяю, обо всем этом вы должны **сказать** ребенку **до начала обследования**.

Когда вы начнете работать, то **обязательно показывайте кончиком ручки** на соответствующий пример. Таблицы, как видите, расположены плотно и если работать только «глазами», как это принято в школе, то это будет крайне утомительно и поведет к ошибкам.

В таблице умножения/деления вы кончиком ручки показываете на первый знак « \Rightarrow » — одна-две секунды, **вслух** — ответ ребенка. Затем кончиком ручки на второй знак « \Rightarrow » — одна-две секунды, **вслух** — ответ ребенка.

Как правило, выявляется 2–3 примера из таблицы умножения, в которых ребенок постоянно ошибается. На эти «проколы» нужно реагировать **весело, но обязательно проговаривать** что-нибудь типа: «Ну и ну, а мы-то думали, что уж с таблицей умножения никаких проблем».

Предпоследняя строка в таблице п. 9 — это 5 примеров из школьной таблицы умножения, в которых часто делаются ошибки.

Еще раз внимание.

Ни в коем случае не относитесь легкомысленно к «проколам» в знании таблиц сложения/вычитания (переход через первый десяток, п. 1) и умножения/деления (п. 9)! С них начинается и на них основывается вся вычислительная техника, до университета включительно.

Обследование требует порядка 40 минут. Это довольно много для ребенка с непривычки (**не забывайте, что в школе на уроках математики ребенок реально работает от силы 15 минут**), тем не менее, обследование должно идти в хорошем быстром темпе — «полсекунды на размышление». Да, ребенок устанет, но вы (и он сам) выясните, каковы его возможности для работы в режиме «интенсива» и, начиная работу с ГрафАнализом, будете представлять себе физические возможности ребенка, меру его восприятия и умения целенаправленно работать (т. е. меру произвольности внимания). Тем самым, вы сможете планировать нагрузку во время занятия.

Примечание.

Таблицы умножения/деления п. 9 взяты из Математики-2 (см. [18]).



Приложение 2

Рекомендации для устранения счетных проблем при сложении/вычитании

Самое главное для действий сложения/вычитания (включая и десятичные дроби, изучаемые в 5 классе), во-первых, знание таблиц сложения/вычитания (п. 1 «Листа обследования»), которые даются в **1 классе** и, во-вторых, ясное понимание поразрядного принципа сложения/вычитания в нашей десятичной позиционной системе счисления.

Что касается перехода через первый десяток, то таблицу сложения нужно просто выучить наизусть, пояснив на паре примеров, как мы ее получили, пересчитывая «вручную» результаты сложения всех пар однозначных чисел. Например, $8 \text{ единиц} + 5 \text{ единиц} = 8 + 5 = 8 + (2 + 3) = (8 + 2) + 3 = 10 + 3 = 1 \text{ десяток} + 3 \text{ единицы} = 13$.

Вы, читатель, разумеется, знаете, что при счете десять единиц образуют один десяток, десять десятков — одну сотню и т. д.

При затруднениях с п. 2 и п. 4 «Листа обследования», сначала покажите на примере п. 3, как мы складываем двузначные числа без перехода через десяток. Например, $33 + 54$ — это: $(3 \text{ десятка} + 3 \text{ единицы}) + (5 \text{ десятков} + 4 \text{ единицы}) = 8 \text{ десятков} + 7 \text{ единиц} = 87$.

Выпишите в столбик (**но обязательно с указанием наименования разряда**):

$\begin{array}{r} 3\text{д } 3\text{е} \\ + \\ 5\text{д } 4\text{е} \\ 8\text{д } 7\text{е} \end{array}$	При этом поясняйте, что мы можем складывать друг с другом только единицы одного разряда — единицы + единицы, десятки + десятки, как яблоки + яблоки, тракторы + тракторы, но никак не десятки + единицы, как бессмысленно складывать яблоки + тракторы.
--	---

Затем перейдите к п. 2, пользуясь тем же принципом поразрядного («одномерного») сложения.

Например, $65 + 8$ — это: $(6 \text{ десятков} + 5 \text{ единиц}) + 8 \text{ единиц} = 6 \text{ десятков} + (5 \text{ единиц} + 8 \text{ единиц}) = 6 \text{ десятков} + 13 \text{ единиц} = 6 \text{ десятков} + 1 \text{ десяток} + 3 \text{ единицы} = 7 \text{ десятков} + 3 \text{ единицы} = 73$.

Или в столбик (**но обязательно с указанием наименования разряда**):

$\begin{array}{r} 6\text{д } 5\text{е} \\ + \\ \quad 8\text{е} \\ \hline 7\text{д } 3\text{е} \end{array}$	$\textcircled{1}$ Обязательно при письменном сложении пишем, сколько единиц старшего разряда мы запоминаем (цифру 1 обводим кружочком), но произносим (вначале) не просто «один», «один десяток»
--	--

Для устного счета в п. 2 ребенок произносит: «Пять плюс восемь — тринадцать, — а затем (с вашей помощью, если необходимо) сразу говорит ответ: — семьдесят три». Нужно просто обратить его внимание на то, что прибавляя однозначное число и переходя через десяток, мы увеличиваем число десятков на единицу.

Хорошо освоившись со **сложением** п. 2 (разумеется, число примеров вы наращиваете сами), вы переходите к **сложению** п. 4. Вам нужно добиться, чтобы при сложении ребенок проговаривал примерно так: « $26 + 37$: 20 и 30 — **пятьдесят**, 6 и 7 — 13, **пятьдесят** и 13 — **шестьдесят три**». То есть число складываемых десятков **произносится не как число десятков** — «два и три», **а как число единиц**. И результат тоже произносится **не «пять», а «пятьдесят»**.

В этом весь фокус! Стоит только **произнести** (потом это не будет проговариваться вслух, но это — потом) «**пятьдесят**» (после произнесенных: 6 и 7 — 13) — и только что запомненные «тринадцать» сами улягутся в «**шестьдесят три**».

Внимание.

Счет обязательно должен начинаться со старшего разряда — с десятков! Эта «мелочь» позволяет избежать массы ошибок.

Показывая вычитание п. 2, нужно просто несколько раз «в столбик» написать примеры вычитания однозначного числа из двузначного, говоря что-то типа: «Заняли один десяток, значит, осталось на «единицу» меньше». Например, $78 - 9$. Смотрим и **видим** (должны научиться видеть), что, заняв из 7 десятков **один** десяток, получим в результате 6 десятков. Поэтому, отнимая однозначное число, сразу (неторопливо) произносим: «Шестьдесят (быстро в уме: $18 - 9$) девять».

Внимание.

Занимая единицу старшего разряда при письменном вычитании, **обязательно ставим над этим разрядом точку**. Это крайне необходимо для безошибочного счета, поскольку точка сразу показывает, сколько единиц соответствующего разряда осталось. В первом столбце: стоит точка, значит осталось 6 (десятков). Во втором столбце — то же самое. В третьем столбце: точка над цифрой семь — осталось 6 (сотен), точка над цифрой ноль — осталось 9 (десятков). Стоит обратить внимание на расстановку точек — мы начинаем их расстановку слева направо, со старшего разряда в котором можем занять единицу. Например, в последнем столбце рассуждаем так: из 4 единиц числа 3004 вычесть 8 единиц числа 378 не можем. Видим, что и десяток в числе 3004 занять не можем (0 десятков), аналогично — не можем занять сотню (0 сотен). Наконец, занимаем единицу в разряде тысяч — **сразу ставим точку**, т. е. в разряде тысяч осталась 2 тысячи. **Раздробляем** занятую тысячу в 10 сотен. Но нам-то **нужны не сотни**, а **8 единиц** вычесть, поэтому занимаем одну сотню из 10 сотен (**сразу ставим точку** — тем самым **видим**, что в разряде сотен осталось 9 сотен) и **дробим** ее в 10 десятков. Так же занимаем один десяток из 10 десятков (**сразу ставим точку** — тем самым **видим**, что в разряде десятков осталось 9 десятков) и **дробим** его в 10 единиц. Наконец, из 14 единиц можем вычесть 8 единиц. А дальше автоматически, не задумываясь, считываем благодаря точкам, **правильный** результат.

Как ни просты и ни общеизвестны эти рекомендации, поверьте, читатель, 99,99% грамотного быстрого счета при вычитании заключено в них. Поэтому не пожалейте **минут пятнадцати** на то, чтобы ключевое слово «раздробление» и простановка точек вошли в арсенал ребенка. Гораздо больше времени у меня занял рассказ об этом, нежели у вас уйдет на то, чтобы **навсегда избавить ребенка от вычислительных ошибок при вычитании**.

• 71		• 709		•• 701		••• 3004
—		—		—		—
5		25		25		378
66		684		676		2626

Ключевым словом при займе единицы старшего разряда в вычитании (как и в делении), является слово «**раздробляем**». Заняли один десяток и говорим: раздробим его в десять единиц, заняли одну сотню и говорим: раздробим ее в десять десятков.



Приложение 3

Рекомендации для устранения счетных проблем при умножении/делении

Если вы провели обследование, то **почти наверняка** обнаружилось, что над некоторыми примерами из таблицы умножения/деления «Листа обследования» (п. 9) ребенок задумывается, вспоминает, а то и просто подсчитывает в уме результат умножения путем сложения. И скорее всего, 2–3 примера были выданы с ошибками. **Отнеситесь к этому очень серьезно!** Те примеры, в которых было замедление или, тем более, ошибки, необходимо пометить и выучить. Если подобного рода замедлений много, то лучше всего, чтобы ребенок 3–4 дня поработал с таблицей умножения следующим образом (первый тренажер по таблице умножения).

Скажите ему, что три раза в день (как ложку с лекарством) он **по 5 минут** (больше не стоит) берет таблицу умножения, закрывает (рукой, листком бумаги) результаты (произведения) и **вразброс**, показывая на пример, произносит результат. **Как только замедление в ответе:** отодвинул листок, глянул на результат — и дальше.

То же относится к таблицам сложения/вычитания.

Внимание.

1. Результат должен выдаваться **буквально за полсекунды** (как и в таблице сложения/вычитания, п. 1, приложение 1)!

2. Примеры из таблицы умножения **обязательно выбираются вразброс**, а не последовательно.

Через 3–4 дня (**по 5 минут, три раза в день**) таблицей ребенок будет владеть **блестяще** (что и требуется!), тем более, что дети вспоминают или ошибаются лишь в небольшом количестве примеров.

После этого (а может быть, и параллельно) точно таким же образом (3–4 дня) нужно провести второй тренажер по таблице умножения (и, замечу, крайне важный для 6 класса, для умения раскладывать на простые множители при нахождении НОК — наименьшего общего кратного, тем самым — для нахождения наименьшего общего знаменателя). Заключается он в в умении по множителю и произведению мгновенно выдавать результат — второй множитель.

Закрываем листочком (рукой) столбик множителей и глядя на оставшийся столбик произведений, выдаем результат. То есть делаем обратный ход в таблице умножения — находим неизвестный множитель (тем самым, осуществляя деление или раскладывая на множители).

Например, в столбике умножения числа 6 на 1, 2, ..., 9, 10 закрываем множители. Перед нами только произведения: 6, 12, ..., 54, 60. Поскольку мы знаем один множитель (умножаем число 6), то — **вразброс** — показывая на результат (произведение), например, 12 или 54, **мгновенно** должны выдать ответ: 2 или 9 (второй множитель).

Если обнаружатся проблемы с умножением/делением чисел с нулями на конце (п. 10, 11 «Листа обследования») — проработайте их, нарастив число примеров. Но не просто говоря, что приписываем нолик (или 2, 3 нуля) на конце, а опять опираясь на разрядный принцип.

$$30 \cdot 5 = 3 \text{ десятка} \cdot 5 \text{ десятков} = 15 \text{ десятков} = 150$$

$$2 \cdot 500 = 2 \cdot 5 \text{ сотен} = 10 \text{ сотен} = 1000$$

Видим, что умножение чисел с нулями на конце сводится к тому, что мы приписываем соответствующее число нулей к результату умножения однозначных чисел.

И по аналогии вы говорите: «Значит и для $60 \cdot 20$ мы пишем 12 и приписываем два нуля, т. е. получаем число 1200. Если ссылка только на аналогию не удовлетворит ребенка, то вам придется провести математический эксперимент: выписать число 60 слагаемым 20 раз, посчитать и убедиться, что $60 \cdot 20 = 6 \cdot 2 \cdot 100 = 1200$.

Теперь о делении.

«Умножение — мое мученье, а с делением — беда» [4, с. 45]. — Так говорили в старину. На самом деле, нужно 20–30 минут, чтобы научить ребенка грамотно и осознанно делить.

Поэтому осталось только рассказать об алгоритме деления «уголком» на однозначные числа (овладев принципом деления на однозначные числа, относительно легко нарастить технику до деления на любые числа).

В главе V, п. «Немного о делении», мы познакомились (или познакомимся, если еще не дошли до главы V) с делением как нахождением неизвестного множителя. Разделить число 8 на 2 — значит найти такое число x , которое будучи умножено на 2 даст 8. То есть $8 : 2 = x$ и $x \cdot 2 = 8$ — это «одно и то же». Так вводится действие деления по определению в 5 классе. Именно поэтому при делении «уголком» мы и подбираем цифру частного путем умножения. Но для объяснения деления «уголком» лучше пользоваться формой деления на равные части.

Что означает разделить 8 на 2? То же, что 8 яблок **распределить поровну** по 2 ящикам. Сколько яблок окажется в каждом ящике? Зная таблицу умножения, мгновенно подбираем умножением (т. е. фактически пользуясь определением деления): $2 \cdot 4 = 8$ — 4 яблока в каждом ящике. Значит, $8 : 2 = 4$.

А теперь, опираясь на подбор цифры частного путем умножения, и, главное, на разрядную систему записи чисел, очень легко научить ребенка безошибочному делению «уголком». Несколько примеров я опишу подробно.

$87 : 3$ — то же, что 87 яблок распределить поровну по 3 ящикам. Сейчас я покажу полностью деление, а затем дам краткое пояснение.

	Или пишем		Или пишем
$\begin{array}{r} \underline{8д \cdot 7е} \quad \quad \underline{3 \text{ (ящика)}} \\ \underline{6д} \quad \quad \underline{2д \ 9е} \\ \underline{2д} \quad \quad \underline{\text{дробим}} \\ \quad \quad \quad \underline{\text{в единицы}} \\ \underline{20е+7е} \\ \underline{27е} \\ \underline{27е} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{8.7} \quad \quad \underline{3} \\ \underline{6} \quad \quad \underline{29} \\ \underline{27} \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{7с \cdot 9д \cdot 2е} \quad \quad \underline{2 \text{ (ящика)}} \\ \underline{6с} \quad \quad \underline{3с \ 9д \ 6е} \\ \underline{1с} \quad \quad \underline{\text{дробим}} \\ \quad \quad \quad \underline{\text{в десятки}} \\ \underline{10д+9д} \\ \underline{19д} \\ \underline{18д} \\ \underline{1д} \quad \quad \underline{\text{дробим}} \\ \quad \quad \quad \underline{\text{в единицы}} \\ \underline{10е+2е} \\ \underline{12е} \\ \underline{12е} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{7.9.2} \quad \quad \underline{2} \\ \underline{6} \quad \quad \underline{396} \\ \underline{19} \\ \underline{18} \\ \underline{12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$

Самым важным при объяснении деления «уголком является:

- запись делимого и частного с наименованиями разрядов;
- ключевое слово «дробим».

Объясняем примерно так:

1. 8 д(есятков) можем **распределить поровну** по 3 ящикам? — Можем распределить только 6 десятков из 8 десятков: $2 \text{ д(есятка)} \cdot 3 \text{ (ящика)} = 6 \text{ д(есятков)}$. Чтобы **не забыть**, что делим десятки, **ставим точку** после цифры 8.

2. Раз распределяли **десятки**, то получим не просто 2, а **2 десятка** (первая цифра частного).

3. 6 д(есятков) из 8 д(есятков) мы распределили. Остались нераспределенными 2 д(есятка) ($8д - 6д = 2д$ — остаток). **Раздробим** 2 д(есятка) в единицы.

4. Получим 20 е(диниц), да у нас в числе 87 **еще есть** 7 е(диниц). **Сложим** 20 е(диниц) и 7 е(диниц) (вы в школе говорите для краткости: «снесем» 7). Получим **всего** 27 е(диниц).

5. Можем разделить 27 на 3 (распределить поровну 27 единиц по 3 ящикам)? Конечно, по таблице умножения: $9 \cdot 3 = 27$. Раз делили (распределяли) **единицы**, то и получим не просто 9, а **9 единиц** (вторая цифра частного). Или просто пишем (показываете на запись деления «уголком») $87 : 3 = 29$.

Точно так же проговариваете второй пример: $7с\ 9д\ 2е : 2$.

Основное: ставим точку, раздробляем, разрядность результата деления (7 с(сотен) — распределяем 6 с(отен) — 1 с(отню) дробим в десятки — из 19 д(есятков) распределяем 18 д(есятков) — 1 д(есятков) дробим в единицы.

Теперь ребенок сам решает два примера:

$$794 : 2 = 397,$$

$$984 : 4 = 246.$$

Деление чисел с нулем на конце вы показываете на примере $4680 : 3$.

Опять главное — разрядный принцип. 4680 единиц — это 468 десятков. Можем разделить 468 на 3? Разумеется, только что научились. Пусть ребенок «уголком» разделит 468 на 3 и получит в частном 156.

Вы тут же добавите, что **не просто число** 156, а — **что делим? десятки?** — значит **156 десятков**, а это — **1560 единиц**. Делаете вывод: значит, при делении числа с нулями на конце, можно на нули не обращать внимания, а просто приписывать их к результату (**дробим** частное в единицы младшего разряда).

Дайте ребенку для закрепления пару примеров:

$$3680 : 4 = 920\ (368д : 4 = 92д),$$

$$86700 : 3 = 28900\ (867с : 3 = 289с).$$

Осталось объяснить ребенку, как в частном при делении возникают нули.

Или пишем

$\begin{array}{r l} 4с.3д.2е & 4\ (\text{ящика}) \\ \hline \underline{4с} & 1с\ 0д\ 8е \\ 0с & \\ \underline{0с+3д} & \\ 3д & \text{дробим} \\ & \text{в единицы} \\ \underline{30е+2е} & \\ - 32е & \\ \underline{32е} & \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4.3.2 & 4 \\ \hline \underline{4} & 108 \\ - 32 & \\ \underline{32} & \\ 0 & \end{array}$
---	---

4 с(отни) распределили по 4 (ящикам). В каждом ящике получили 1 с(отню). Остаток $4с - 4с = 0с$ на самом деле не пишем, только как пояснение.

Берем 3 д(есятка). Можем **распределить поровну** по 4 ящикам? Нет, у нас не хватает десятков, чтобы распределить по 4 ящикам. **Вот поэтому в разряде десятков в частном и появляется 0 д(есятков).**

Дальше все знакомо — **дробим** 3 д(есятка) в 30 единиц, добавляем 2 единицы и делим на 4. Или просто пишем (показываете на запись деления «уголком») $432 : 4 = 108$.

Для закрепления — три примера:

$$624 : 3 = 208,$$

$$408 : 4 = 102,$$

$$4518 : 9 = 502.$$

Второй пример, разумеется, можно сделать и поразрядно, но пусть будет и деление «уголком».

Вот и все, читатель. Теперь, освоив принцип деления «уголком», и поняв, как возникают нули при делении (не хватает единиц соответствующего разряда), ваш ребенок в состоянии освоить деление на двузначные и многозначные числа. О практике вам нужно позаботиться самим.

Я ограничился делением на однозначные числа, поскольку в 6 классе при разложении на простые множители именно это надо уметь делать **быстро и безошибочно**.

То же относится и к 10 классу, когда в курсе тригонометрии нужно, например, определять знак $\sin \alpha$, если $\bar{b} = \frac{5\pi}{4}$ или вычислить $\cos \frac{17\pi}{4}$, выделив и отбросив два периода.

Вообще-то все это должно осуществляться путем разложения числителя на сумму двух слагаемых, одно из которых делится на знаменатель, а другое меньше знаменателя. Но пусть сначала мы научимся делить «уголком», а это явится основой и других умений.

Замечание.

Конечно, читатель, изложенным в приложениях 2, 3 отнюдь не исчерпывается счетная арифметическая техника. Однако я ограничен объемом книги и поэтому мог уделить место только самым важным, крайне необходимым умениям. После того, как ребенок освоит все вышесказанное, желательно ненавязчиво но постоянно повышать уровень его арифметической техники, **контролируя правильность вычислений**.

Добавлю, что идея «раздробления» единицы старшего разряда в десять единиц младшего разряда при вычитании (натуральных чисел и десятичных дробей) и делении (десятичных дробей) наиболее ярко и отчетливо, на мой взгляд, реализована в учебнике «Математика-5» Э. Р. Нурка и А. Э. Тельгмаа (см. [65, с. 39, 202, 226–228]).

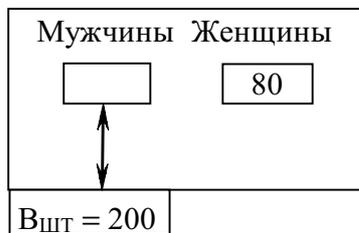


Приложение 4

Задача на вступительных экзаменах в МГУ экономический факультет (1980 г.)

Сборная команда спортивного общества, участвовавшая в спартакиаде, завоевала 200 медалей, из которых 80 медалей завоевали женщины, а **остальные** — мужчины (см. 0, ГРАС-0). Среди медалей, завоеванных женщинами, 30% составляли **золотые**, а из медалей, завоеванных мужчинами, 50% составляли **серебряные**. Общее количество **золотых** и **серебряных** медалей у женщин (см. II, ГРАС-2) **равняется** количеству **бронзовых** медалей у всей команды. **Общее** количество **золотых** и **бронзовых** медалей у мужчин (см. III, ГРАС-3) **в 1,2 раза больше** общего количества **золотых** и **бронзовых** медалей у женщин. Определить, сколько **золотых** медалей завоевало спортивное общество (см. «Задачи вступительных экзаменов по математике» [66, с. 124]).

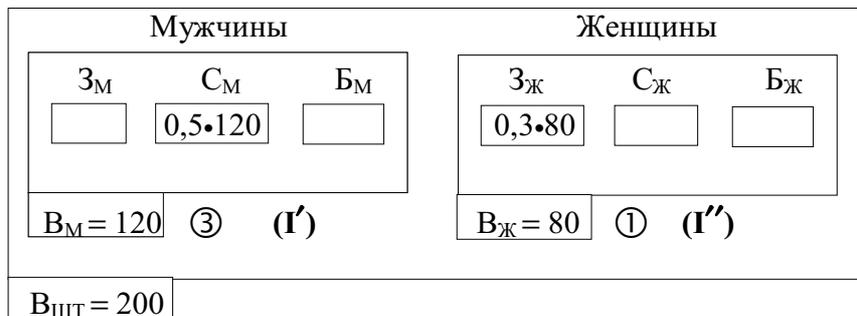
ГРАС-0 (0)



$$В = М + Ж$$

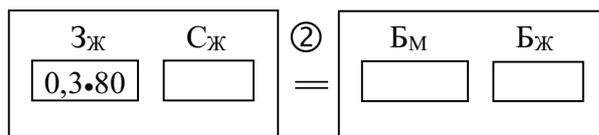
$$М = В - Ж = 200 - 80 = 120$$

ГРАС-1

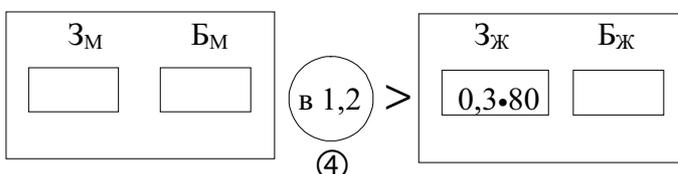


Вспомогательные графсхемы УС (условия связи)

ГРАС-2 (II)



ГРАС-3 (III)



Вопрос задачи:

$$(Z_M + Z_J) = ?$$

Алгебраическое решение

Перевод «Графики» в «Алгебру».

$$(1) \quad (Z_J + C_J) + B_J = 80 \quad (\text{из } I'')$$

$$(2) \quad (Z_J + C_J) = (B_M + B_J) \quad (\text{из } II)$$

Подставляя (2) в (1)

$$(2') \quad (B_M + B_J) + B_J = 80 \rightarrow$$

$$(2'') \quad \boxed{2 \cdot B_J + B_M = 80}$$

$$(3) \quad Z_M + C_M + B_M = 120 \quad (\text{из } I')$$

$$Z_M + 0,5 \cdot 120 + B_M = 120 \rightarrow$$

$$(3') \quad \boxed{Z_M + B_M = 60}$$

$$(4) \quad (Z_M + B_M) = 1,2 \cdot (Z_J + B_J) \quad (\text{из } III)$$

Подставляя из ГРАС-1 $Z_J = 0,3 \cdot 80 = 24$ и (3') в (4), получаем уравнение с одной неизвестной

$$(4') \quad 60 = 1,2 \cdot (24 + B_J) \rightarrow$$

$$(4'') \quad \boxed{B_J = 26}$$

Закончена основная часть — использование ГРАС-1, 2, 3 и выявленных условий связи между величинами.

Далее решение идет чисто **техническим** путем **алгебраических преобразований**.

Подставляя из (4'') в (2'')

$$(5) \quad 2 \cdot 26 + B_M = 80 \rightarrow$$

$$(5') \quad \boxed{B_M = 28}$$

Подставляя из (5') в (3')

$$(6) \quad Z_M + 28 = 60 \rightarrow$$

$$(6') \quad \boxed{Z_M = 32}$$

Решение задачи:

из (6') $Z_M = 32$ и по условию (ГРАС-1) $Z_J = 0,3 \cdot 80 = 24$ — подставляем в вопрос задачи

$$(Z_M + Z_J) = 32 + 24 = 56 \text{ (штук)}.$$

Примечание.

Задача требует примерно 15 минут неторопливого решения и, само собой разумеется, определенного опыта в решении задач с условиями связи.



Инструкция к анкете

Цель анкетирования состоит в том, чтобы собрать достаточный для статистической обработки материал и проанализировать книгу по стилю изложения, мере ясности и восприятия изложенного в книге материала. Одновременно с этим — оценить результативность ГрафАнализа, всех глав, циклов и пунктов книги.

Все это поможет выявить слабые места книги и улучшить ее в дальнейшем.

К тому же, я, как автор, отдаю себе отчет в том, какую громадную роль могут сыграть в совершенствовании инструментария ГрафАнализа ваши, читатель, замечания, дополнения и оценки, основанные на собственном опыте работы с ГрафАнализом.

Сама же инструкция предельно проста, хотя и потребует от вас некоторых затрат времени.

1. Сохраняйте все рабочие листы ребенка, проставляйте на них даты, затраченное время, записывайте свои наблюдения, замечания, идеи, вопросы (это, кстати, позволит вам, читатель, полнее и глубже увидеть изменения, произошедшие с ребенком).

2. Я в школе работал с листами формата А-4 (то есть такого же размера, как эта книга). Вероятно, на уроках можно воспользоваться альбомами. Я уже говорил, что просто сам большой лист бумаги, резко отличаясь от обычной школьной тетради в клеточку, порождает у детей иное, нежели обычно, восприятие занятия (урока). Этот психологический момент весьма важен.

И еще раз повторю, что был бы крайне признателен за любой отклик, замечание, пожелание, критику и очень рассчитываю на вашу помощь, читатель.



Приложение 5

Анкета для родителей

I. Родители				
пол	возраст	образование		профиль образования
<input type="checkbox"/> 1. муж <input type="checkbox"/> 2. жен	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> 1. высшее <input type="checkbox"/> 2. среднее специальное <input type="checkbox"/> 3. среднее <input type="checkbox"/> 4. незаконченное среднее	<input type="checkbox"/> 1. гуманитарное <input type="checkbox"/> 2. техническое <input type="checkbox"/> 3. естественно-научное	
В какой мере известна для вас сущность арифметических действий?				
сложение	вычитание	умножение	деление	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1. полностью известна, ничего нового 2. отдельные моменты были новыми 3. по большей части сущность действий оказалась новой

II. Ребенок		
пол	возраст	класс
<input type="checkbox"/> 1. муж <input type="checkbox"/> 2. жен	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

III. Родители и ребенок	
место проживания	
<input type="checkbox"/>	1. крупный город ($\geq 400\ 000$) 3. поселок городского типа ($\sim 10\ 000$) 2. районный центр ($\geq 50\ 000$) 4. село/деревня ($\sim 1\ 000$)
школа	
<input type="checkbox"/>	1. крупная ($\geq 1\ 000$) 3. маленькая (~ 100) 2. средняя (≥ 500)

IV. Оцените по десятибалльной шкале (реально проработанные разделы)					
стиль изложения	мера ясности	мера восприятия ребенком материала	результативность	затраченное время (количество 40-минутных занятий)	глава, цикл, пункт
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл VI

IV. Оцените по десятибалльной шкале (реально проработанные разделы)					
стиль изложения	мера ясности	мера восприятия ребенком материала	результативность	затраченное время (количество 40-минутных занятий)	глава, цикл, пункт
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл VI
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Немного о дробях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Немного об уравнениях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Еще немного о дробях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Еще немного об уравнениях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава VII
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-3
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-5
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-6
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-7 геометрия
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-7 алгебра
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Задачи на движение

Приложение 6

Анкета для учителей

пол	возраст	пед. стаж	класс	образование
<input type="checkbox"/> 1. муж <input type="checkbox"/> 2. жен	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> 1. университет <input type="checkbox"/> 2. педагогический университет <input type="checkbox"/> 3. педагогический колледж

место проживания	
<input type="checkbox"/>	1. крупный город ($\geq 400\ 000$) 3. поселок городского типа ($\sim 10\ 000$) 2. районный центр ($\geq 50\ 000$) 4. село/деревня ($\sim 1\ 000$)
школа	
<input type="checkbox"/>	1. крупная ($\geq 1\ 000$) 3. маленькая (~ 100) 2. средняя (≥ 500)

мера трудности использования ГРАН в условиях школы	
<input type="checkbox"/>	1. невозможно 2. очень трудно 3. трудно 4. особых трудностей нет 5. легко

мера интереса учащихся всего класса к ГРАН	
<input type="checkbox"/>	1. высокая 2. средняя 3. низкая

Оцените по десятибалльной шкале (реально проработанные разделы)					
стиль изложения	мера ясности	мера восприятия классом материала	результативность	затраченное время (количество 40-минутных уроков)	глава, цикл, пункт
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл VI

Оцените по десятибалльной шкале (реально проработанные разделы)					
стиль изложения	мера ясности	мера восприятия классом материала	результативность	затраченное время (количество 40 минутных уроков)	глава, цикл, пункт
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл VI
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Немного о дробях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Немного об уравнениях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Еще немного о дробях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Еще немного об уравнениях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава VII
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-3
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-5
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-6
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-7 геометрия
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-7 алгебра
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Задачи на движение

Приложение 7

Анкета для учеников

пол	возраст	класс
<input type="checkbox"/> 1. муж <input type="checkbox"/> 2. жен	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

В какой мере известна для вас оказалась сущность арифметических действий?				
сложение	вычитание	умножение	деление	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1. полностью известна, ничего нового 2. отдельные моменты были новыми 3. по большей части сущность действий оказалась новой

место проживания	
<input type="checkbox"/>	1. крупный город ($\geq 400\ 000$) 3. поселок городского типа ($\sim 10\ 000$) 2. районный центр ($\geq 50\ 000$) 4. село/деревня ($\sim 1\ 000$)
школа	
<input type="checkbox"/>	1. крупная ($\geq 1\ 000$) 3. маленькая (~ 100) 2. средняя (≥ 500)

Оцените по десятибалльной шкале (реально проработанные разделы)					
стиль изложения	мера ясности	мера восприятия вами материала	результативность	затраченное время (количество 40-минутных занятий)	глава, цикл, пункт
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл VI

Оцените по десятибалльной шкале (реально проработанные разделы)					
стиль изложения	мера ясности	мера восприятия вами материала	результативность	затраченное время (количество 40-минутных занятий)	глава, цикл, пункт
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл VI
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Немного о дробях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Немного об уравнениях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл I
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл II
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл III
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл IV
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Цикл V
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Еще немного о дробях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Еще немного об уравнениях
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Глава VII
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-3
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-5
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-6
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-7 геометрия
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Математика-7 алгебра
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Задачи на движение

Приложение 8

Как работать с этой книгой

Разумеется, читатель, объем книги **избыточен** для решения каждой конкретной проблемы, стоящей перед учителем или родителями. Поэтому мне хотелось бы дать ряд кратких рекомендаций о том, как работать с этой книгой.

Проблемы, которые решают учитель или родители, различаются (выполнить программу и научить ребенка решать задачи), несмотря на единство целей.

Еще более сильно разнятся методы работы (класс и один ребенок), а следовательно, и возможности учителей и родителей (учитель в принципе не обладает таким количеством времени, которым располагают родители; учитель в принципе не в состоянии уделять столько внимания каждому ребенку, как родители).

Велико, в силу этого, и различие в скорости «прохождения материала» (в классе скорость довольно резко падает, прежде всего, из-за необходимости рисовать и писать на доске и более замедленного темпа объяснений).

Но общий принцип один: вам, читатель, и не нужен весь материал книги единомоментно. Необходимый объем зависит от возраста и уровня ребенка (класса). Самое главное — хорошо освоить главу II «Сложение», поскольку основной технологический инструментарий и концептуальный материал реализованы в ней. В свою очередь в главе II **полностью** должны быть отработаны только циклы I–II.

Родители, располагая большими возможностями, должны «пройти» практически целиком циклы IV–VI.

Учителям (начиная с пятого класса) достаточно, в первом приближении, разобрать с детьми несколько задач этих циклов (какие именно — на усмотрение учителя).

Необходимо **полностью** отработать циклы I–III главы III «Вычитание». Из циклов IV–V учителям достаточно разобрать по паре задач.

Все вышеназванное на 90% определит возможность и успешность применения ГрафАнализа в школе (начиная с пятого класса. Начальная школа требует совершенно особого, аккуратного подхода и осторожной экспериментальной проверки, хотя я убежден, что большая часть ГрафАнализа может и должна использоваться в начальной школе — **это единственная возможность получить технически одноуровневый класс**).

Из главы IV «Умножение» нужно познакомить учеников только с циклами I–II (соединив их в один урок) и с циклом III (поскольку в нем применяются все ГРАЭЛы, введенные ранее; задачи цикла очень легки, однако, демонстрируют почти все возможности ГрафАнализа).

Из главы V «Деление» реально (для 5–6 классов) нам практически нужен только цикл I, раздел «Уменьшить в несколько раз» и небольшое знакомство с ГРАЭЛами деления. Также следует частично познакомить детей с циклом IV (по тем же соображениям, что и с циклом III главы IV).

Если вы, читатель, просмотрите разделы «Математика-5», «Математика-6» главы VII, проанализируете (нарисуете «Графику» всех задач) средствами ГРАН один из вариантов дидактических материалов, то убедитесь, что вам с лихвой хватает имеющегося в вашем распоряжении инструментария ГрафАнализа для анализа и решения школьных задач 5–6 классов.

Добавлю только, что для 6-го класса (и для 5-го тоже, но тогда в 5-м классе необходимо будет познакомить детей с действием умножения обыкновенных дробей) крайне важна формула $D \cdot B = CD$ (глава V, «Еще немного о дробях»).

В 7-м классе на уроках алгебры и геометрии у вас не будет особых затруднений с применением ГрафАнализа, если в 6-м классе вы реализуете только что описанную программу.

В более трудном положении, конечно же, находятся учителя 3-го класса при работе с задачами, использующими ГРАЭЛы деления. Как я уже отмечал, это связано с построением дидактического материала учебников математики (задачи, зачастую, состоят из нескольких ГРАЭЛов и поэтому труднее задач 5–6 классов). Тем не менее, обозначенная программа, слегка видоизмененная, на мой взгляд, применима и здесь. Следует познакомить детей с циклом III главы V «Простейшие группы задач из Математики-3».

В 1-м классе, как мне думается, можно и нужно осторожно вводить ГРАЭЛ-(Суммы), ГРАЭЛ-(Разности) и особенно ГРАЭЛ-(Больше НА) во всех четырех формах.

Во 2-м классе — добавить ГРАЭЛ-(Умножения), ГРАЭЛ-(Больше В) и, отчасти, ГРАЭЛы деления — с ними будут наибольшие трудности.

Но делать это нужно крайне осторожно, так как экспериментально эти возраста мною не опробованы.

Я был бы крайне признателен вам, читатель, за любую информацию о вашей работе с ГрафАнализом (помимо анкет).

Замечание.

Напомню, что я пользовался листами формата А-4 (вариант — толстый альбом). Обычная школьная тетрадь в клетку, на мой взгляд, гораздо хуже, поскольку большой лист бумаги не только обеспечивает определенный уровень комфортности при интенсивной и объемной работе, но и, резко отличаясь от школьной тетради, незаметно вырабатывает привычку к концентрации внимания и одновременно к свободному и спокойному состоянию духа (см глава III, «Немного о дробях», пункт «Важный технологический совет»).

А еще у меня в школе на каждой парте были ксерокопии листов с текстами задач, поскольку крайне важно научить ребенка считывать «Графику» с текста — технологический принцип: «Работают обе руки» (см. глава II, цикл IV, задача 1, пункт «Наконец о проверке», «Первый уровень», «Внимание»), а не воспринимать задачу «на слух» (к тому же, как иначе задавать домашние задания из книги). Но в наше время ксерокопирование — не проблема даже в небольших городах.



Литература

1. Моро М. И. Бантова М. А. Бельтюкова Г. В. Математика. Учебник для первого класса. 10-е издание. — М., 1981.
2. Мухина В. С. Возрастная психология. — М., 1998.
3. Словарь иностранных слов. — М., 1953.
4. Перельман Я. И. Занимательная арифметика. — М., 1994.
5. Детская энциклопедия. В 12 т. Т. 2, — М., 1964.
6. Анохин П. К. Избранные труды // Философские аспекты теории функциональной системы. — М., 1978.
7. Истомина Н. Б. Методика обучения математике в начальных классах. М., 1998.
8. Возрастная и педагогическая психология. Под. ред. Гамезо М. А., Матюхиной М. В., Михальчик Т. С. — М., 1984.
9. Рыбалко Е. Ф. Возрастная и дифференциальная психология. — СПб., 2001.
10. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. — М., 1962.
11. Чекмарев Ф. Я. Тулинов Б. А. Арифметика. Для педагогических училищ. 9 – издание. — М., 1967.
12. Пойа Д. Как решать задачу // Квантор. — Львов. 1991.
13. Новиков П. С. Элементы математической логики. — М., 1973.
14. Попова Н. С. Методика преподавания арифметики в начальной школе. — Л., 1955.
15. Харченко В. А. Задача? — Это очень просто! // Известия Южного Отделения Российской Академии Образования, вып. IV — Ростов-на-Дону, 2002.
16. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. — М., 1979.
17. Остер. Г. Задачник. — М., 1994.
18. Моро М. И., Бантова М. А. Математика. Учебник для 2 класса трехлетней начальной школы. 19-е издание. — М., 1991.
19. Мордкович А. Г. Алгебра 8 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. — М., 2001.
20. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа 10–11 классы. Учебник для общеобразовательных учреждений. — М., 2001.
21. Лузин Н. Н. Дифференциальное и интегральное исчисление. — М., 1952.
22. Алгебра. Геометрия. Пробные учебники для 6 класса средней школы. 3 – издание. Раздел «Алгебра». Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И. Под рук. академика Тихонова А. Н. — М., 1982.
23. Петер. Р. Игра с бесконечностью. Пер. с венгерского. — М., 1968.
24. Баранова И. В., Борчугова З. Г. Математика. Пробный учебник для 4 класса средней школы. Под. ред. Матвеева Н. М. 3 – издание. — М., 1984.
25. Пиотровский Р. Г., Бектаев К. Б., Пиотровская А. А. «Математическая лингвистика», М., 1977.
26. Карницкий П. Н. Вопросы о вселенной в математических задачах средней школы. Пособие для учителей. — М., 1959.
27. Азимов Айзек. Занимательная арифметика. Пер. с английского. — М., 2003.
28. Балашов М. М. Физика. Пробный учебник для 9 класса средней школы. — М., 1993.
29. Фридман Л. М. Величины и числа. — М., 2000.
30. Винер Норберт. Я — математик. Пер. с английского. — М., 1964.
31. Роуэлл Г., Герберт С. Физика. Пер. с английского. — М., 1994.
32. Виленкин Н. Я. и др. Математика. Учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений. — М., 2000.

33. Виленкин Н. Я. и др. Математика. Учебник для 5 класса средней школы. — СПб., 1995.
34. Баранова И. В., Борчугова З. Г. Математика. Пробный учебник для 5 класса средней школы. Под ред. Матвеева Н. М. 2 – издание. — М., 1985.
35. Бурдун Г. Д. Справочник по международной системе единиц. — М., 1977.
36. Ландау Л. Д., Ахиезер А. И., Лифшиц Е. М. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. — М., 1969.
37. Гурский И. П. Элементарная физика. — М., 1973.
38. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности. — М., 1969.
39. Зельдович Я. Б., Яглом И. М. Высшая математика для начинающих физиков и техников — М., 1982.
40. Савельев И. В. Курс общей физики, том I. — М., 1970.
41. Ландау Л. Д., Китайгородский А. И. Физика для всех, книга 1. Физические тела. — М., 1978.
42. Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс общей физики, том I. — М., 1956.
43. Фейнман Р. Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, вып. 5. Электричество и магнетизм. Пер. с английского. — М., 1977.
44. Ландау Л. Д., Китайгородский А. И. Физика для всех, книга 2. Молекулы. — М., 1978.
45. Китайгородский А. И. Физика для всех, книга 3. Электроны. — М., 1979.
46. Роджерс Эрик. Физика для любознательных, том I. Пер. с английского. — М., 1969.
47. Роджерс Эрик. Физика для любознательных, том II. Пер. с английского. — М., 1970.
48. Роджерс Эрик. Физика для любознательных, том III. Пер. с английского. — М., 1971.
49. Телеснин Р. В., Яковлев В. Ф. Курс физики. Электричество. — М., 1970.
50. Перышкин А. В., Родина Н. А. Физика. Учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений. — М., 1998.
51. Жданов Л. С., Маранджян В. А. Курс физики, часть вторая. Для средних специальных учебных заведений. — М., 1970.
52. Кошкин Н. И., Ширкевич М. Г. Справочник по элементарной физике. — М., 1966.
53. Элементарный учебник физики, том I. Под ред. академика Ландсберга Г. С. — М., 1971.
54. Элементарный учебник физики, том II. Под ред. академика Ландсберга Г. С. — М., 1973.
55. Пчелко А. С., Бантова М. А., Моро М. И., Пышкало А. М. Математика. Учебник для 3 класса трехлетней начальной школы. 20-е издание. — М., 1995.
56. Чесноков А. С., Нешков К. И. Дидактические материалы по математике для 5 класса. — М., 2001.
57. Чесноков А. С., Нешков К. И. Дидактические материалы по математике для 6 класса. — М., 2001.
58. Мордкович А. Г., Мишустина Т. Н., Тульчинская Е. Е. Алгебра 7 класс. Задачник для общеобразовательных учреждений. — М., 2000.
59. Геометрия 7 класс. Решение задач из учебника Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия, 7–9». — М., 1999.
60. Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И. Алгебра. 7 класс. Учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений. Под рук. академика Тихонова А. Н. — М., 1995.
61. Мищенко Т. М. Геометрия. Рабочая тетрадь для 7 класса. К учебному пособию Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия, 7–9». — М., 2000.

62. Звавич Л. И., Кузнецова Л. В., Суворова С. Б. Дидактические материалы по алгебре для 7 класса. — М., 2003.
63. Мордкович А. Г. Алгебра 7 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. — М., 2000.
64. Голосовкер Я. Э. Сказания о титанах. — М., 1994.
65. Нурк Э. Р., Тельгмаа А. Э. Математика. Учебник для 5 класса средней школы. 2-е издание. — М., 1990.
66. Нестеренко Ю. В., Олехник С. Н., Потапов М. К. Задачи вступительных экзаменов по математике. — М., 1983.